КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

Напомене. Колоквијум траје 120 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 90 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овог папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		Укупно поена
Индекс година/број	Презиме и име	
/		

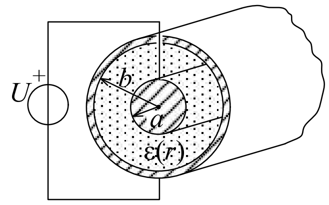
ПИТАЊА				ЗАДАЦИ	
1	2	3	4	1	2

ПИТАЊА

1. Полазећи од потпуног система Максвелових једначина у диференцијалном облику за електростатичко поље, извести диференцијалну једначину коју задовољава електростатички потенцијал V у средини у којој је позната густина слободног наелектрисања ρ, ако је та средина (а) линеарна и нехомогена и (б) линеарна и хомогена.

(а)	(б)

2. Веома дугачак цилиндрични коаксијални вод, полупречника проводника a и b $(b > a)$, испуњен је нехомогеним савршеним диелектриком, чија пермитивност је дата изразом $\varepsilon(r) = \varepsilon_0 b / r$, где је r радијална координата у цилиндричном координатном систему. Вод је прикључен на извор временски константног напона U. Одредити (а) вектор поларизације у диелектрику и (б) густину запреминског везаног наелектрисања диелектрика.

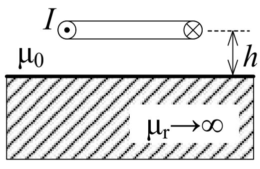


(а)	(б)

3. (а) Написати потпуни систем Максвелових једначина у диференцијалном облику за стационарно струјно поље. (б) Да ли у домену $x, y, z \in [0, a]$, у ком нема извора, може постојати стационарно струјно поље, чији је вектор запреминске струје дат изразом $\mathbf{J} = J_0(xy\,\mathbf{i}_x + yz\,\mathbf{i}_y + xz\,\mathbf{i}_z)/a^2$, где су J_0 и a константе? Образложити одговор.

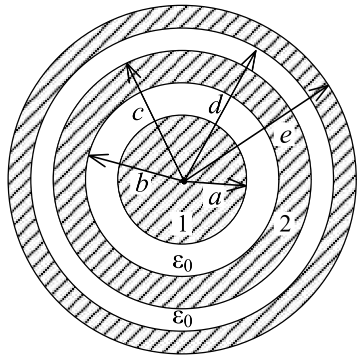
(а)	(б)

4. Илустровати теорему ликова на примеру кружне контуре у вакууму, кроз коју протиче стационарна струја јачине I и која се налази хоризонтално изнад бесконачног феромагнетског блока.

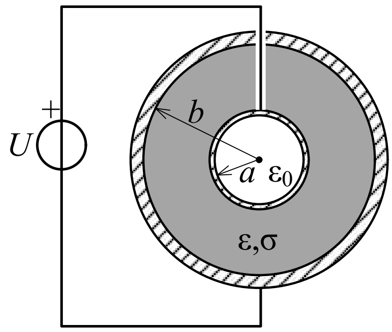


ЗАДАЦИ

1. На слици је приказан попречни пресек триаксијалног вода, који се састоји од три коаксијална цилиндрична веома дугачка проводника. Полупречници проводника су $a = 2{,}5\,\mathrm{mm}$, $b = 4\,\mathrm{mm}$, $c = 5\,\mathrm{mm}$, $d = 8\,\mathrm{mm}$, и $e = 9\,\mathrm{mm}$. Диелектрик вода је ваздух. Означавајући унутрашњи прводник са 1, средишњи са 2, и узимајући спољашњи проводник вода за референтни, израчунати (а) подужне коефицијенте потенцијала и (б) сопствене и међусобне капацитивности овог система. (в) Ако је унутрашњи проводник на потенцијалу $V_1 = 0$, а средишњи проводник наелектрисан подужним наелектрисањем $Q_2' = 20\,\mathrm{nC/m}$, израчунати наелектрисање унутрашњег проводника Q_1' и потенцијал средишњег проводника V_2.



2. Електроде кондензатора са слике су танке сферне металне љуске, полупречника a и b ($a > b$). Диелектрик кондензатора је негомоген и несавршен пермитивности $\varepsilon = \varepsilon_0 b^2 / r^2$ и специфичне проводности $\sigma = \sigma_0 a / r$ (σ_0 је константа), где је r одстојање тачке у диелектрику од центра кондензатора. Кондензатор је прикључен на извор временски константног напона U. Одредити (а) проводност кондензатора, (б) густину запреминског слободног наелектрисања у диелектрику и (в) вектор јачине магнетског поља у диелектрику.



Напомена: у цилиндричном координатном систему је $\operatorname{div}\mathbf{A} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \dfrac{\partial A_z}{\partial z}$,

а у сферном $\operatorname{div}\mathbf{A} = \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial r}(r^2 A_r) + \dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial}{\partial \theta}(A_\theta \sin\theta) + \dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),

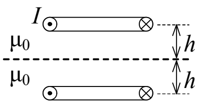
ПИТАЊА

1. (а) $\Delta V + \frac{1}{\varepsilon}\operatorname{grad} V \cdot \operatorname{grad}\varepsilon = -\frac{\rho}{\varepsilon}$. (б) $\Delta V = -\frac{\rho}{\varepsilon}$.

2. (а) $\mathbf{P}(r) = \frac{\varepsilon_0 U}{(b-a)}\left(\frac{b}{r}-1\right)\mathbf{i}_r$. (б) $\rho_p(r) = \frac{\varepsilon_0 U}{(b-a)r}$

3. (а) $\operatorname{rot}\mathbf{E} = 0$, $\operatorname{div}\mathbf{J} = 0$. (б) Не може, јер је $\operatorname{div}\mathbf{J} \neq 0$.

4.



ЗАДАЦИ

1. (а) $a_{11} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(\ln\frac{b}{a} + \ln\frac{d}{c}\right) = 16{,}9\cdot 10^9\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}$, $a_{21} = a_{12} = a_{22} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d}{c} \approx 8{,}45\cdot 10^9\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}$. (б) $[\mathbf{b}] = [\mathbf{a}]^{-1}$,

$[\mathbf{c}] = \begin{bmatrix} b_{11}+b_{12} & -b_{12} \\ -b_{21} & b_{21}+b_{22} \end{bmatrix} \approx 118{,}3\cdot\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\frac{\mathrm{pF}}{\mathrm{m}}$. (в) $Q_1' = -10\ \mathrm{nC/m}$, $V_2 \approx 84{,}5\ \mathrm{V}$.

2. (а) $G = \frac{4\pi\sigma_0 a}{\ln\frac{b}{a}}$. (б) $\rho = -\frac{\varepsilon_0 b^2 U}{\ln\frac{b}{a} r^4}$. (в) $\mathbf{H}(r,\theta) = -\frac{\sigma_0 a U(1+\cos\theta)}{\ln\frac{b}{a} r\sin\theta}\mathbf{i}_\phi$, где се углови θ и ϕ рачунају у односу на z-осу која је усмерена од центра кондензатора навише.

- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 22. ЈУНА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 22. ЈУНА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика