

# КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

23. новембар 2023.

**Напомене.** Колоквијум траје 120 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овог папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ					Укупно поена	
Индекс година/број	Презиме и име					
/						
ПИТАЊА				ЗАДАЦИ		
1	2	3	4	1	2	

## ПИТАЊА

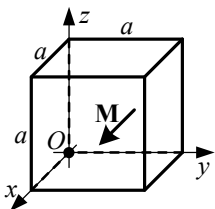
1. У вакууму, у домену облика бесконачне равне плоче, дебљине  $d$ , познат је потенцијал тачака у Декартовом координатном систему,  $V(x) = V_0(x/d)^{4/3}$ ,  $0 \leq x \leq d$ ,  $-\infty < y, z < \infty$ , где су  $V_0$  и  $d$  константе. Одредити у датом домену (а) вектор јачине електричног поља и (б) густину запреминског наелектрисања.

(а)	(б)
-----	-----

2. (а) Написати потпуни систем диференцијалних једначина за стационарно струјно поље. (б) Дефинисана су четири вектора у Декартовом координатном систему:  $\mathbf{J}_1 = J_0 \mathbf{i}_x$ ,  $\mathbf{J}_2 = J_0(x/a) \mathbf{i}_x$ ,  $\mathbf{J}_3 = J_0(xy/a^2) \mathbf{i}_x$  и  $\mathbf{J}_4 = J_0(y/a)^2 \mathbf{i}_x$ , где су  $J_0$  и  $a$  константе. Који од наведених вектора могу представљати вектор густине струје у стационарном струјном пољу у домену  $0 \leq x, y, z \leq a$ , у ком нема извора? Образложити одговор.

(а)	(б)
-----	-----

3. Комад феромагнетског материјала, облика коцке странице  $a$ , нехомогено је намагнетисан по запремини. Вектор магнетизације дат је изразом  $\mathbf{M} = M_0 \frac{xyz}{a^3} \mathbf{i}_x$ , где је  $M_0$  константа. Одредити расподелу Амперових струја ове коцке.



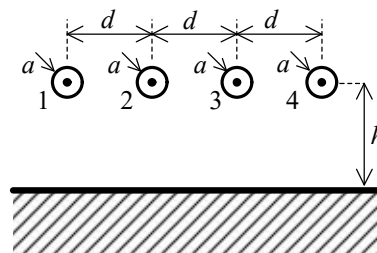
--

4. (а) Написати потпуни систем диференцијалних једначина за стационарно магнетско поље у линеарној хомогеној средини пермеабилности  $\mu$ , у којој постоје кондукционе стационарне струје вектора густине  $\mathbf{J}$ . (б) Написати везу између вектора магнетске индукције и магнетског вектор-потенцијала  $\mathbf{A}$ . (в) Полазећи од израза под (а) и (б), извести диференцијалну једначину коју задовољава овај потенцијал.

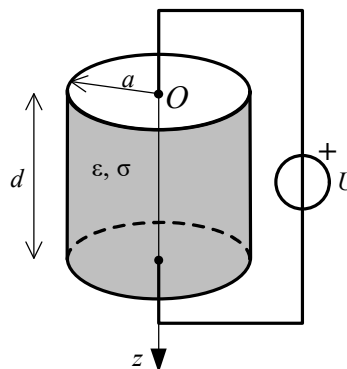
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

## ЗАДАЦИ

1. Четири веома дугачка паралелна цилиндрична проводника, полупречника попречног пресека  $a = 0,1\text{mm}$ , постављена су у ваздуху, на висини  $h = 2\text{mm}$  изнад бесконачне проводне равни. Осе суседних проводника налазе се на растојању  $d = 1,6\text{mm}$ , као што је приказано на слици. (а) Израчунати коефицијенте потенцијала овог система. (б) Ако су познати потенцијали проводника 1 и 2,  $V_1 = V_2 = 3,3\text{V}$ , а проводници 3 и 4 су ненаелектрисани, израчунати потенцијале проводника 3 и 4. Проводници се могу сматрати танким.



2. Плочасти кондензатор веома танких кружних електрода полупречника  $a$ , испуњен је нехомогеним, несавршеним диелектриком дебљине  $d$ , пермитивности  $\varepsilon(z) = 2\varepsilon_0(1 + 3z/d)$  и специфичне проводности  $\sigma(z) = \sigma_0/(1 + 3z/d)$ , где је  $\sigma_0$  константа и  $0 \leq z \leq d$ . Кондензатор је прикључен на идеалан генератор временски константног напона  $U$ . Занемарујући ивичне ефекте, одредити (а) расподелу струје у диелектрику кондензатора, (б) проводност кондензатора и (в) расподелу слободног наелектрисања кондензатора.



### Напомена:

У цилиндричном координатном систему је  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ .

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ  
ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ  
23. НОВЕМБРА 2023. ГОДИНЕ

**ПИТАЊА**

1. (a)  $\mathbf{E} = -\frac{4V_0 x^{1/3}}{3d^{4/3}} \mathbf{i}_x$ . (б)  $\rho = -\frac{4V_0 \epsilon_0 x^{-2/3}}{9d^{4/3}}$ .

2. (a)  $\text{rot } \mathbf{E} = 0$ ,  $\text{div } \mathbf{J} = 0$ ,  $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E})$ . (б)  $\mathbf{J}_1$  и  $\mathbf{J}_4$ , јер задовољавају једначину  $\text{div } \mathbf{J} = 0$ .

3.  $\mathbf{J}_A = \frac{M_0 x}{a^3} (y \mathbf{i}_y - z \mathbf{i}_z)$ ,  $\mathbf{J}_{sA1} (y = a) = \frac{M_0 x z}{a^2} \mathbf{i}_z$  и  $\mathbf{J}_{sA2} (z = a) = -\frac{M_0 x y}{a^2} \mathbf{i}_y$ , док је на осталим странама коцке  $\mathbf{J}_{sA} = 0$ .

4. (a)  $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}$ ,  $\text{div } \mathbf{B} = 0$ ,  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ . (б)  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$ . (в)  $\Delta \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $a_{11} = a_{22} = a_{33} = a_{44} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{a} \approx 6,63 \cdot 10^{10} \frac{\text{m}}{\text{F}}$ ,  $a_{12} = a_{21} = a_{23} = a_{32} = a_{34} = a_{43} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{d^2 + 4h^2}}{d} \approx 1,78 \cdot 10^{10} \frac{\text{m}}{\text{F}}$ ,

$a_{13} = a_{31} = a_{24} = a_{42} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{d^2 + h^2}}{d} \approx 0,846 \cdot 10^{10} \frac{\text{m}}{\text{F}}$ ,  $a_{14} = a_{41} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{9d^2 + 4h^2}}{3d} \approx 0,474 \cdot 10^{10} \frac{\text{m}}{\text{F}}$ .

(б)  $V_3 = V_1 \frac{a_{12} + a_{13}}{a_{11} + a_{12}} \approx 1,03 \text{ V}$ ,  $V_4 = V_1 \frac{a_{13} + a_{14}}{a_{11} + a_{12}} \approx 0,518 \text{ V}$ .

2. (a)  $\mathbf{J} = \frac{2\sigma_0 U}{5d} \mathbf{i}_z$ . (б)  $G = \frac{2a^2 \pi \sigma_0}{5d}$ . (в)  $\rho = \frac{24U\epsilon_0}{5d^2} (1 + 3z/d)$ ,  $\rho_{s1} (z = 0) = \frac{4U\epsilon_0}{5d}$  и  $\rho_{s2} (z = d) = -\frac{64U\epsilon_0}{5d}$ .

Са предмета Електромагнетика