КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

11. јануар 2024.

Напомене. Колоквијум траје 120 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овог папира и вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		Укупно поена
Индекс година/број	Презиме и име	
/		

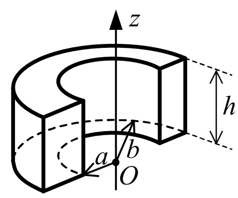
ПИТАЊА				ЗАДАЦИ	
1	2	3	4	1	2

ПИТАЊА

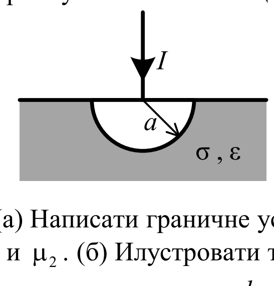
1. (а) Написати исказ теореме Гаус-Остроградског. (б) Написати потпуни систем интегралних једначина које описују електростатичко поље у вакууму. (в) На основу израза добијених под (а) и (б) извести диференцијалну једначину која повезује вектор јачине електростатичког поља и запреминску густину наелектрисања.

(а)	(б)	(в)

2. У шупљем полукружном правом цилиндру од диелектрика, полупречника a и b и висине h, познат је вектор поларизације у цилиндричном координатном систему, $\mathbf{P} = P_0 (a/r)^2 \,\mathbf{i}_r$, $a \le r \le b$, $0 \le z \le h$, где је P_0 константа. Одредити расподелу запреминских и површинских везаних наелектрисања цилиндра.

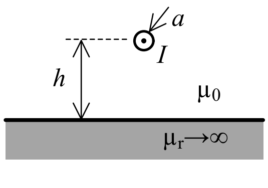


3. Полусферни уземљивач полупречника $a = 50\,\text{cm}$, укопан је у земљу, специфичне проводности $\sigma = 90\,\text{mS/m}$, и релативне пермитивности $\varepsilon_r = 4$, као на слици. Уземљивач се налази на потенцијалу $V = 12\,\text{kV}$. Израчунати (а) струју I која протиче кроз прикључни проводник уземљивача и (б) површинску густину слободног наелектрисања на полусферној површи уземљивача. Специфична проводност уземљивача много је већа од специфичне проводности земље.



(а)	(б)

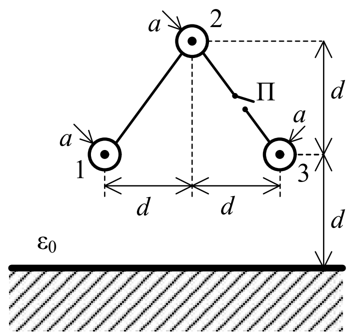
4. (а) Написати граничне услове за стационарно магнетско поље на споју две хомогене линеарне средине пермеабилности μ_1 и μ_2. (б) Илустровати теорему ликова за прав проводник, кружног попречног пресека, полупречника a, који се налази у вакууму, на висини h ($h >> a$) изнад феромагнетске равни. Проводник је паралелан равни и кроз њега протиче стационарна струја јачине I. **Напомена**: За обе тачке нацртати слике и означити потребне величине.



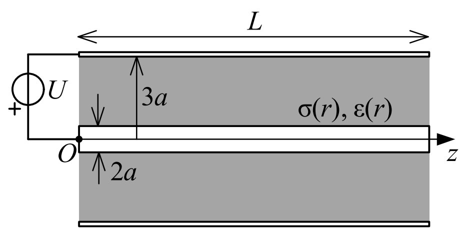
(а)	(б)

ЗАДАЦИ

1. Три веома дугачка паралелна цилиндрична проводника, полупречника попречног пресека $a = 1\,\mathrm{mm}$, постављена су у ваздуху, изнад бесконачне проводне равни, као што је приказано на слици, при чему је $d = 50\,\mathrm{mm}$. У првом стационарном стању, проводници 1 и 2, који су галвански повезани, налазе се на потенцијалу $V^{(1)} = 2\,\mathrm{V}$, а проводник 3 је ненаелектрисан. (а) Израчунати коефицијенте потенцијала овог система проводника. (б) Израчунати подужне густине наелектрисања проводника 1 и 2 у првом стационарном стању, $Q'^{(1)}_1$ и $Q'^{(1)}_2$. Друго стационарно стање се успоставља након затварања прекидача Π. (в) Израчунати потенцијале проводника у другом стационарном стању.



2. На улаз правог коаксијалног вода дужине L, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника $3a$, прикључен је генератор временски константног напона U. Унутрашњост вода испуњена је линеарним диелектриком, пермитивности $\varepsilon(r) = \varepsilon_0 (1 + r^2/a^2)$ и специфичне проводности $\sigma(r) = \sigma_0/(1 + r^2/a^2)$, где је σ_0 константа и r радијална координата у цилиндричном координатном систему ($a \le r \le 3a$). Занемарујући ивичне ефекте, одредити изразе за (а) подужну проводност вода и (б) густину запремиснког слободног наелектрисања у диелектрику вода.



Напомена:

У цилиндричном координатном систему је $\operatorname{div} \mathbf{A} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r A_r\right) + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \dfrac{\partial A_z}{\partial z}$.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ 11. ЈАНУАРА 2024. ГОДИНЕ

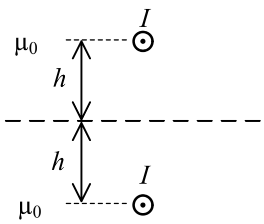
ПИТАЊА

1. (а) $\oint_S \mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{S} = \int_v \operatorname{div}\mathbf{F}\,\mathrm{d}v$. (б) $\oint_S \mathbf{E}\cdot \mathrm{d}\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_v \rho\,\mathrm{d}v$ **,** $\oint_C \mathbf{E}\cdot \mathrm{d}\mathbf{l} = 0$. (в) $\operatorname{div}\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ **.**

2. Запреминско везано наелектрисање је $\rho_{\mathrm{p}}(r) = P_0\frac{a^2}{r^3}$, а површинско $\rho_{\mathrm{ps}}(r=a) = -P_0$ и $\rho_{\mathrm{ps}}(r=b) = P_0\frac{a^2}{b^2}$. На базисима и на вертикалној равни уздужног пресека цилиндра је $\rho_{\mathrm{ps}} = 0$.

3. (а) $I \approx 3{,}39\,\mathrm{kA}$. (б) $\rho_{\mathrm{s}} = 849{,}6\,\mathrm{nC/m^2}$.

4. (а) $\mathbf{n}\times(\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_s$, $\mathbf{n}\cdot(\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0$. (б)



ЗАДАЦИ

1. (а) $a_{11} = a_{33} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{2d}{a} \approx 8{,}28\cdot 10^{10}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}$, $a_{22} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{4d}{a} \approx 9{,}53\cdot 10^{10}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}$,

$a_{12} = a_{21} = a_{23} = a_{32} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\sqrt{5} \approx 1{,}45\cdot 10^{10}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}$, $a_{13} = a_{31} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\sqrt{2} \approx 6{,}23\cdot 10^{9}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}$.

(б) $Q_1'^{(1)} \approx 21{,}04\,\frac{\mathrm{pC}}{\mathrm{m}}$, $Q_2'^{(1)} \approx 17{,}8\,\frac{\mathrm{pC}}{\mathrm{m}}$.

(в) $V^{(2)} \approx 1{,}41\,\mathrm{V}$.

2. (а) $G' = \frac{2\pi\sigma_0}{\ln 3 + 4}$. (б) $\rho = \frac{4U\varepsilon_0}{a^2(\ln 3 + 4)}\left(1 + \frac{r^2}{a^2}\right)$.

Са предмета Електромагнетика