

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

1. фебруар 2024.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

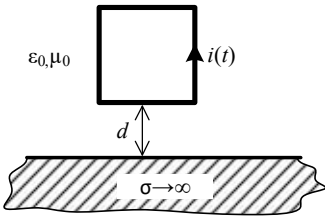
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. (а) Написати, у комплексном облику, потпун систем диференцијалних једначина за простопериодично споропроменљиво електромагнетско поље у хомогеном линеарном домену, запремине v , пермитивности ϵ , пермеабилности μ и специфичне проводности σ , у којем нема побудних струја ни побудног поља. (б) Одредити израз за средњу снагу Џулових губитака у домену, ако је у свакој тачки домена познат комплексни вектор јачине електричног поља \underline{E} .

(а)	(б)
-----	-----

2. Илустровати теорему ликова на примеру квадратне струјне контуре изнад бесконачног блока савршеног проводника, ако кроз контуру протиче брзопроменљива струја јачине $i(t)$.



--

3. (а) Написати комплексне изразе у интегралном облику за електрични скалар-потенцијал и магнетски вектор-потенцијал у домену од вакуума у којем постоји брзопроменљиво електромагнетско поље. (б) Полазећи од израза под (а), извести израз за комплексни вектор јачине електричног поља, ако су познати расподела густине струје \underline{J} и њена кружна учестаност ω .

(а)	(б)
-----	-----

4. (а) Полазећи од потпуног система диференцијалних једначина за брзопроменљиво поље у вакууму, извести таласну једначину за вектор јачине магнетског поља, $\underline{H}(t)$. (б) Написати једно решење добијене једначине.

(а)	(б)
-----	-----

5. За простопериодични вектор, задат у временском домену, $\mathbf{A}(t) = \sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/6) \mathbf{i}_x + \sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/3) \mathbf{i}_z$, одредити (а) реални и (б) имагинарни део његовог комплексног представника. (в) Одредити ефективну вредност вектора $\mathbf{A}(t)$.

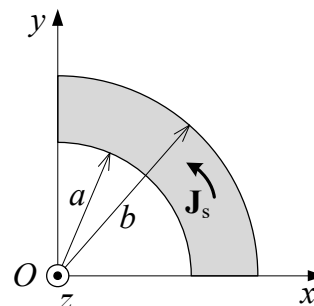
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

6. (а) Написати израз за ефективну дужину произвољне антене. Нацртати слику и означити потребне величине. (б) Користећи се изразом под (а) написати израз за карактеристичну функцију зрачења антене.

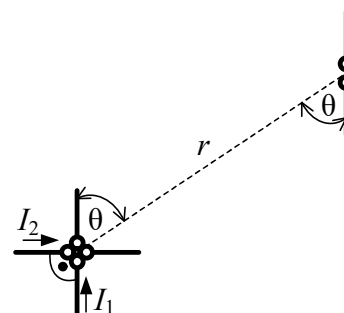
(а)	(б)
-----	-----

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји брзопроменљива простопериодична струја, кружне учестаности ω , по површи у облику четвртине кружног прстена, полупречника a и b , као на слици. Вектор густине површинске струје дат је изразом у цилиндричном координатном систему, $\mathbf{J}_s = \sqrt{2} J_{s0} \sin(2\phi) \cos(\omega t + \beta r) \mathbf{i}_\phi$, $a \leq r \leq b$, $0 \leq \phi \leq \pi/2$, где је J_{s0} константа и $\beta = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$. Одредити у комплексном облику изразе за (а) расподелу површинског и подужног наелектрисања прстена и (б) магнетски вектор потенцијал у тачки O .



2. Два предајна полуталасна дипола укрштена су под правим углом и напајају се простопериодичним струјама, учестаности $f = 30 \text{ MHz}$ и комплексних представника $I_1 = 1 \text{ A}$ и $I_2 = (\sqrt{3} - j) \text{ A}$, у односу на референтне смерове приказане на слици. Пријемни полуталасни дипол је на растојању $r = 1 \text{ km}$ од укрштених дипола. Угао приказан на слици је $\theta = \pi/3$. Израчунати (а) ефективну вредност индуковане емс у пријемном диполу и (б) снагу коју пријемни дипол предаје прилагођеном пријемнику. Сматрати да су диполи без губитака.



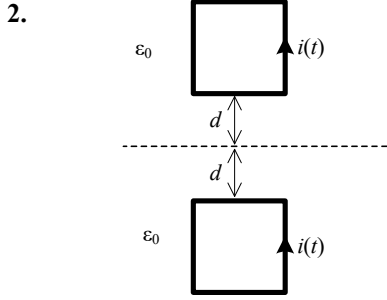
Напомена:

У цилиндричном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),
ОДРЖАНОГ 1. ФЕБРУАРА 2024. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\text{rot } \underline{E} = -j\omega\mu\underline{H}$, $\text{rot } \underline{H} = \sigma\underline{E}$, (б) $P_j = \int_v \sigma |\underline{E}|^2 dv$.
 $\text{div } \underline{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$, $\text{div } \underline{H} = 0$.



3. (a) $V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_v \frac{\rho(\mathbf{r}') e^{-j\beta R}}{R} dv$, $\underline{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\underline{J}(\mathbf{r}') e^{-j\beta R}}{R} dv$.

(б) $\underline{E}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 j\omega} \int_v \frac{\text{div } \underline{J}(\mathbf{r}') \cdot (1 + j\beta R) e^{-j\beta R}}{R^2} \mathbf{i}_R dv - j\omega \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\underline{J}(\mathbf{r}') e^{-j\beta R}}{R} dv$, где је $R = |\mathbf{R}| = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, $\beta = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$.

4. (a) $\Delta \underline{H} - \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 \underline{H}}{\partial t^2} = 0$. (б) $\underline{H}(t) = H_0 f\left(t - \frac{z}{c_0}\right) \mathbf{i}_y$, где је $f(t)$ произвољна функција времена, $c_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ брзина простирања ЕМ таласа у вакууму, а y и z су координате Декартовог координатног система.

5. (a) $\underline{A}_{re} = \frac{1}{2}(\sqrt{3}\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_z)$. (б) $\underline{A}_{im} = \frac{1}{2}(\mathbf{i}_x + \sqrt{3}\mathbf{i}_z)$. (в) $A_{eff} = \sqrt{2}$.

6. (a) $\underline{I}_{eff} = \frac{1}{I_0} \int_v \underline{J}(\mathbf{r}') e^{j\beta r' \cdot \mathbf{i}_r} dv$. (б) $\underline{F}(\theta, \phi) = \frac{\beta}{2} \mathbf{i}_r \times (\mathbf{i}_r \times \underline{I}_{eff})$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\rho_s = \frac{j}{\omega} 2J_{s0} \cos(2\phi) \frac{e^{j\beta r}}{r}$, $\underline{Q}' = 0$. (б) $\underline{A} = \frac{\mu_0 J_{s0}}{6\pi} (b-a)(-\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y)$.

2. (a) $\varepsilon_{ind} = 66,7 \text{ mV}$. (б) $P_p = 15,24 \mu\text{W}$.

Са предмета Електромагнетика