76. Napisati potpuni sistem Maksvelovih jednačina u (a) integralnom i (b) diferencijalnom obliku za stacionarno strujno polje. (*P980429*)

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad \rightarrow \quad \mathrm{rot}\,\vec{E} = 0$$

$$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0 \quad \rightarrow \quad \mathrm{div}\,\vec{J} = 0$$

$$\vec{J} = \vec{J}(\vec{E})$$

КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

15. јануар 2019.

2. (а) Написати потпуни систем Максвелових једначина у диференцијалном облику за стационарно струјно поље. (б) Да ли у домену $x, y, z \in [0, a]$, у ком нема извора, може постојати стационарно струјно поље, чији је вектор запреминске струје дат изразом $\mathbf{J} = J_0(xy\,\mathbf{i}_x + yz\,\mathbf{i}_y + xz\,\mathbf{i}_z)/a^2$, где су J_0 и a константе? Образложити одговор.

(а)	(б)
$\mathrm{rot}\,\vec{E} = 0 \quad \mathrm{div}\,\vec{J} = 0 \quad \vec{J} = \vec{J}(\vec{E})$	

$$\mathrm{div}\,\vec{J} = \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} = \frac{J_0 y}{a^2} + \frac{J_0 z}{a^2} + \frac{J_0 x}{a^2} \neq 0$$

Не може

КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

10. децембар 2022.

3. Извести израз за густину запреминског слободног наелектрисања у линеарној нехомогеној средини у којој постоји стационарно струјно поље. У свакој тачки средине познати су вектор густине струје **J** и параметри средине: пермитивност ε, пермеабилност μ_0 и специфична проводност σ.

$$\mathrm{rot}\,\vec{E}=0$$

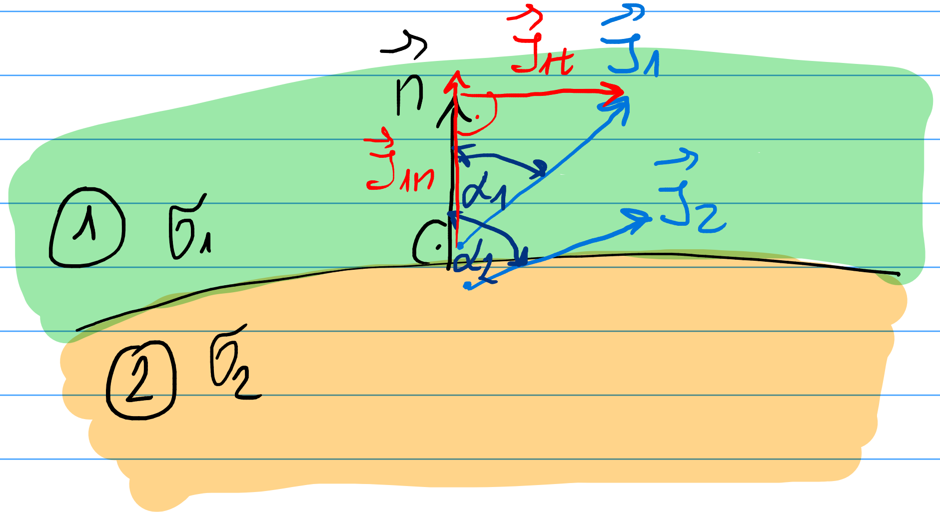
$$\mathrm{div}\,\vec{J}=0$$

$$\rho=\mathrm{div}\,\vec{D} \qquad \vec{D}=\varepsilon\vec{E}=\varepsilon\frac{\vec{J}}{\sigma}=\frac{\varepsilon}{\sigma}\vec{J}$$

$$\rho=\mathrm{div}\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\vec{J}\right)=\vec{J}\cdot\mathrm{grad}\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)+\cancel{\frac{\varepsilon}{\sigma}\mathrm{div}\,\vec{J}}\rightarrow 0$$

$$\boxed{\rho=\vec{J}\cdot\mathrm{grad}\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)}$$

77. Napisati granične uslove za stacionarno strujno polje. Polazeći od tih uslova, izvesti pravilo prelamanja strujnica na razdvojnoj površi dve linearne sredine specifičnih provodnosti σ_1 i σ_2. (*P760214*)



$$\vec{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 \qquad E_{1t} = E_{2t}$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{J}_1 - \vec{J}_2) = 0 \qquad J_{1n} = J_{2n}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

$$\frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} = \frac{J_{1t}}{\cancel{J_{1n}}} \frac{\cancel{J_{2n}}}{J_{2t}} = \frac{\sigma_1 \cancel{E_{1t}}}{\sigma_2 \cancel{E_{2t}}}$$

$$\boxed{\frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}}$$

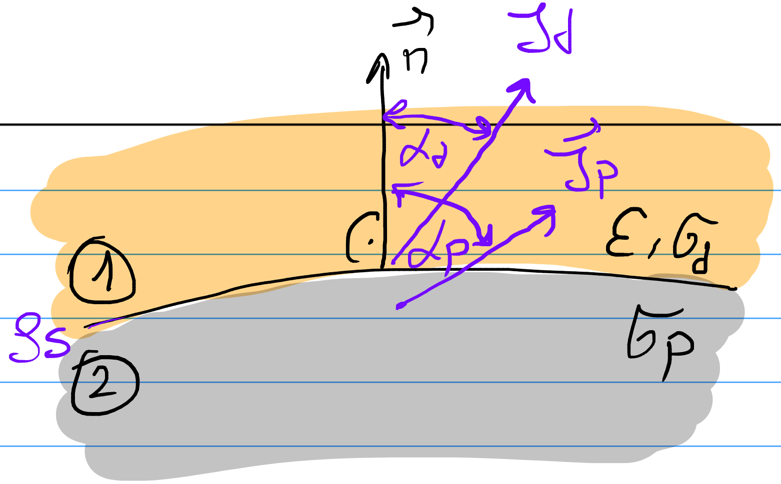
КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

27. јануар 2023.

2. (а) Написати израз за правило преламања струјница у стационарном струјном пољу за раздвојну површ несавршеног диелектрика, пермитивности ε и специфичне проводности σ_d и проводника, специфичне проводности σ_p. Нацртати одговарајућу слику. (б) Уколико је на раздвојној површи позната површинска густина слободног наелектрисања, ρ_s, и ако је $\sigma_p \gg \sigma_d$, одредити интензитет вектора густине струје у диелектрику, непосредно уз раздвојну површ.

(а)

$$\boxed{\frac{tg\alpha_p}{tg\alpha_d} = \frac{\sigma_p}{\sigma_d}}$$



(б)

$\sigma_p \gg \sigma_d$

$$\frac{tg\alpha_d}{tg\alpha_p} = \frac{\sigma_d}{\sigma_p} \approx 0$$

$tg\alpha_d = 0 \qquad \alpha_d = 0$

$\vec{J}_d = J_{dn}\vec{n} \qquad |\vec{J}_d| = |J_{dn}|$

$\vec{n}\cdot(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_s \qquad D_{1n} - D_{2n} = \rho_s$

$D = \varepsilon E = \frac{\varepsilon}{\sigma} J$

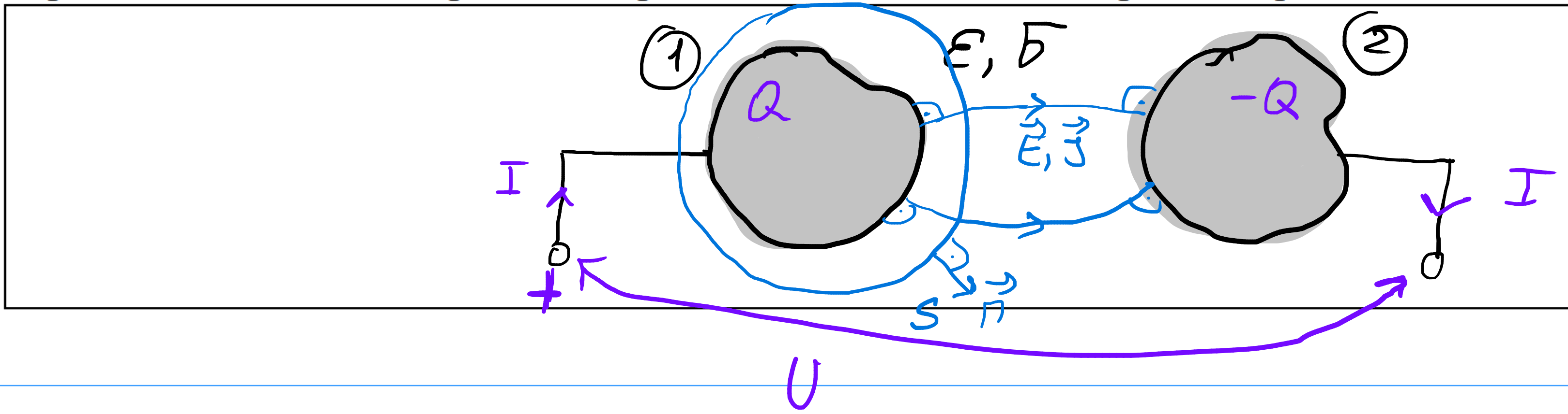
$$\rho_s = \frac{\varepsilon}{\sigma_d} J_{dn} - \frac{\varepsilon_p}{\sigma_p} J_{pn} = J_{dn}\left(\frac{\varepsilon}{\sigma_d} - \frac{\varepsilon_p}{\sigma_p}\right) = J_{dn}\frac{\varepsilon}{\sigma_d}$$

$$J_d = J_{dn} = \boxed{\left|\frac{\rho_s \sigma_d}{\varepsilon}\right|}$$

КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

9. јануар 2020.

2. Полазећи од основних једначина које описују стационарно струјно поље, извести везу између капацитивности и проводности кондензатора са несавршеним хомогеним диелектриком пермитивности ε и специфичне проводности σ.



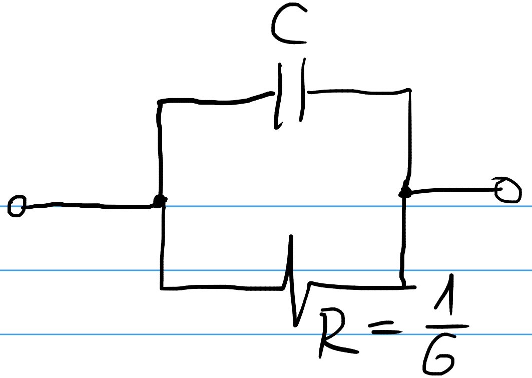
$$C = \frac{Q}{U}$$

$$G = \frac{I}{U}$$

$$\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{S} = 0 \qquad \int_{S_0} \vec{J}\cdot d\vec{S} - I = 0 \qquad I = \int_{S_0} \vec{J}\cdot d\vec{S}$$

$$G = \frac{\int_{S_0} \vec{J}\cdot d\vec{S}}{U} = \frac{\sigma \int_{S_0} \vec{E}\cdot d\vec{S}}{U} = \frac{\frac{\sigma}{\varepsilon} \int_{S_0} \vec{D}\cdot d\vec{S}}{U} = \frac{\frac{\sigma}{\varepsilon} \oint_{S} \vec{D}\cdot d\vec{S}}{U} = \frac{\sigma}{\varepsilon}\frac{Q}{U}$$

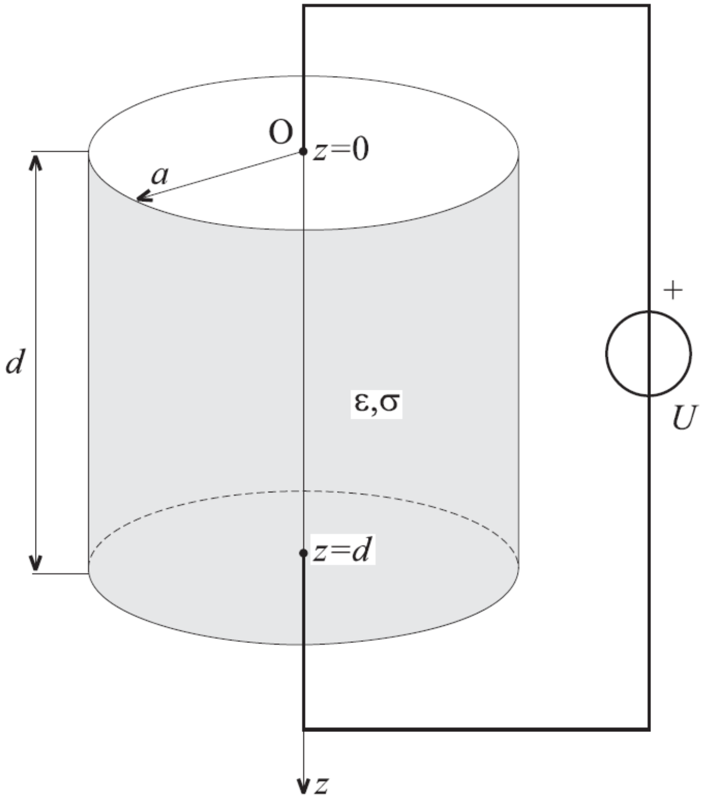
$$\boxed{G = \frac{\sigma}{\varepsilon} C}$$



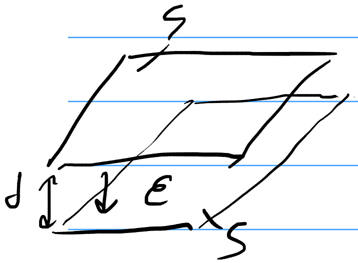
временска константа

$$\tau = C \cdot R = \frac{C}{G} = \boxed{\frac{\varepsilon}{\sigma}}$$

91. Pločasti kondenzator sa kružnim elektrodama poluprečnika a, prikazan na slici 91, ispunjen je nehomogenim, nesavršenim dielektrikom debljine d, permitivnosti $\varepsilon = \varepsilon_0(1 + z/d)$, specifične provodnosti $\sigma = \sigma_0/(1 + z/d)$ i permeabilnosti μ_0 (σ_0 je konstanta, a osa z je ucrtana na slici). Elektrode su vrlo tanke, a provodnik od koga su načinjene može se smatrati savršenim. Kondenzator je priključen na idealan generator vremenski konstantnog napona U. Odrediti: (a) raspodelu struje u dielektriku kondenzatora (b) provodnost kondenzatora, (c) raspodelu slobodnog naelektrisanja u kondenzatoru, (d) raspodelu struje u elektrodama kondenzatora, (e) vektor jačine magnetskog polja u dielektriku i ~~(f)~~ Pointingov vektor u dielektriku. (*Z930614*)

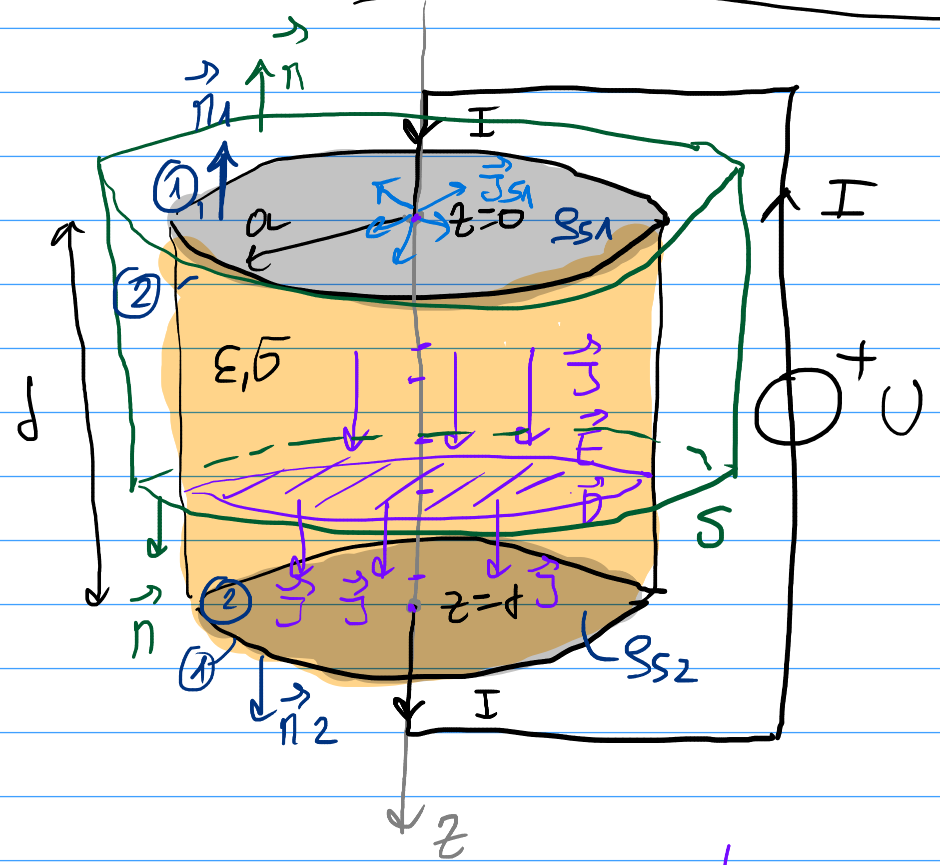


Slika 91.



$\boxed{91\ a), b), c), d), e)}$ $a, d, \varepsilon = \varepsilon_0\left(1+\frac{z}{d}\right), \sigma = \frac{\sigma_0}{1+\frac{z}{d}}, \mu_0, U, \vec{J}=?, G=?, \rho=?, \vec{J}_s=?,$

$\vec{H}=?$



$$\vec{J} = J_z\vec{i}_z = J\vec{i}_z \qquad \oint_S \vec{J}\cdot d\vec{S} = 0$$

$$-I + J a^2\pi = 0 \qquad \vec{J} = \frac{I}{a^2\pi}\vec{i}_z$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{J}}{\sigma} = \frac{I\left(1+\frac{z}{d}\right)}{a^2\pi\sigma_0}\vec{i}_z$$

$$U = \int_{z=0}^{z=d} \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_{z=0}^{z=d} (E\vec{i}_z)\cdot(dz\vec{i}_z)$$

$$U = \int_{z=0}^{z=d} E\,dz = \frac{I}{a^2\pi\sigma_0}\int_0^d\left(1+\frac{z}{d}\right)dz = \frac{I}{a^2\pi\sigma_0}\left(d+\frac{d^2}{2d}\right) = \frac{3dI}{2a^2\pi\sigma_0}$$

$$I = \frac{2a^2\pi\sigma_0 U}{3d} \qquad G = \frac{I}{U} = \boxed{\frac{2a^2\pi\sigma_0}{3d}}$$

$$\boxed{\vec{J} = \frac{2\sigma_0 U}{3d}\,\vec{i}_z} \qquad \vec{E} = \frac{2U}{3d}\left(1+\frac{z}{d}\right)\vec{i}_z$$

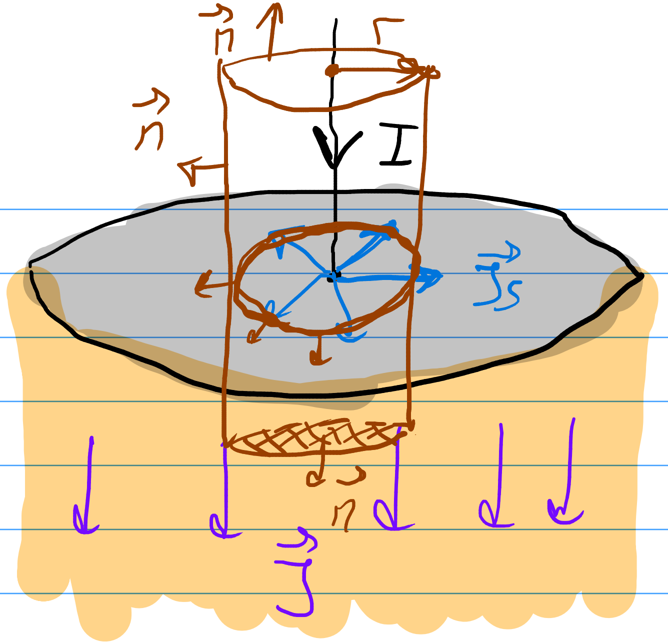
$$\rho = \operatorname{div}\vec{D} = \operatorname{div}(\varepsilon\vec{E}) = \operatorname{div}\left(\frac{2U\varepsilon_0}{3d}\left(1+\frac{z}{d}\right)^2\vec{i}_z\right)$$

$$\rho = \frac{\partial D}{\partial z} = \frac{2U\varepsilon_0}{3d}\,2\left(1+\frac{z}{d}\right)\frac{1}{d} = \boxed{\frac{4U\varepsilon_0}{3d^2}\left(1+\frac{z}{d}\right)}$$

$$\rho_s = \vec{n}\cdot(\vec{D}_1-\vec{D}_2) \qquad \rho_{s1} = -\vec{n}_1\vec{D}_2 = \vec{i}_z\cdot\vec{D}_2 = D(z=0) = (\varepsilon\cdot E)\big|_{z=0}$$

$$\boxed{\rho_{s1} = \frac{2U\varepsilon_0}{3d}}$$

$$\rho_{s2} = -\vec{n}_2\cdot\vec{D}_2 = -\vec{i}_z\cdot\vec{D}_2 = -D(z=d) = -(\varepsilon\cdot E)\big|_{z=d} = \boxed{-\frac{8\varepsilon_0 U}{3d}}$$



$\vec{J}_s = J_s(r)\,\vec{i}_r$ $\quad$ $\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{S} = 0$

$-I + J\cdot r^2\pi + J_s 2r\pi = 0$

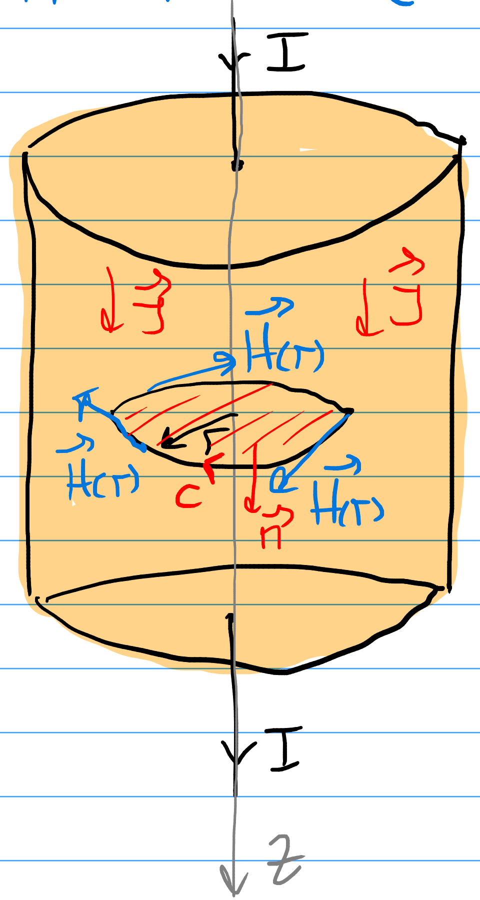
$J_s = \frac{I}{2r\pi} - \frac{Jr}{2}, \quad r \le a$

$J_s = \frac{a^2 \sigma_0 U}{3dr} - \frac{U\sigma_0 r}{3d} = \frac{U\sigma_0}{3d}\left(\frac{a^2}{r} - r\right)$

$$\boxed{\vec{J}_{s1} = \frac{U\sigma_0 a^2}{3dr}\left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)\vec{i}_r}$$

$$\boxed{\vec{J}_{s2} = -\frac{U\sigma_0 a^2}{3dr}\left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)\vec{i}_r}$$

$$\vec{H} = H(r)\cdot\vec{i}_\varphi$$



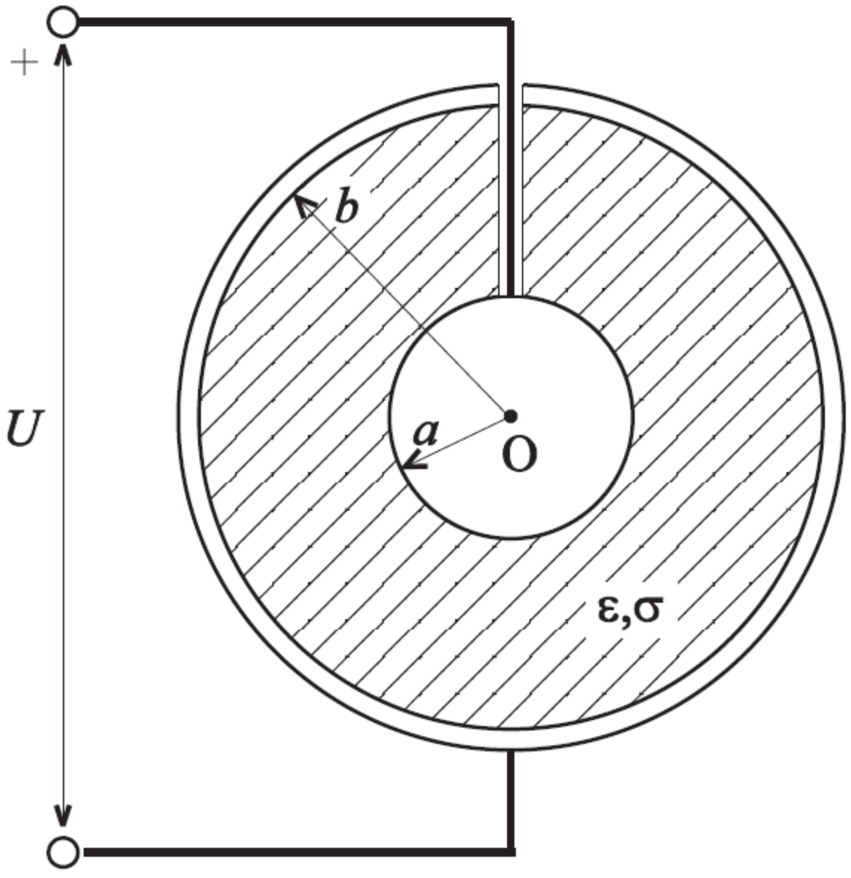
$$\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{S}$$

$$\oint_C H\,dl = J\cdot r^2\pi$$

$$H(r)\cdot 2r\pi = J\,r^2\pi$$

$$H = \frac{Jr}{2} = \frac{\sigma_0 U r}{3d}$$

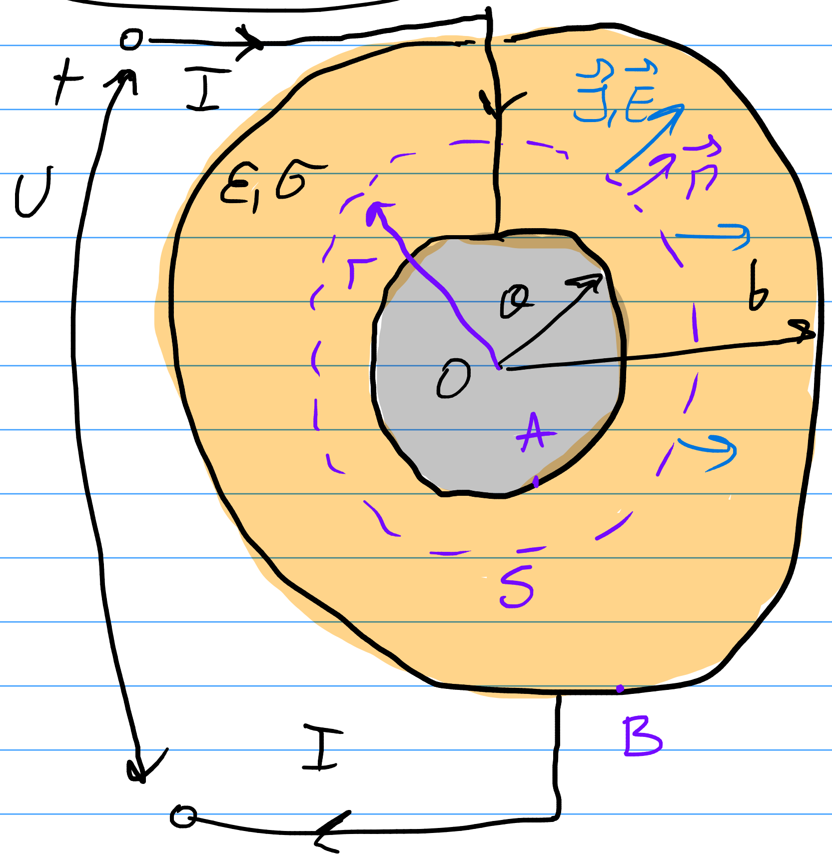
$$\boxed{\vec{H} = \frac{\sigma_0 U r}{3d}\,\vec{i}_\varphi}$$



Slika 88.1.

88. Elektrode kondenzatora sa slike 88.1 su tanke sferne metalne ljuske, poluprečnika a i b ($a < b$). Dielektrik kondenzatora je nehomogen i nesavršen, permitivnosti $\varepsilon = \varepsilon_0 b/r$ i male specifične provodnosti $\sigma = \sigma_0 a^2/r^2$ (σ_0 je konstanta), gde je r odstojanje tačke u dielektriku od centra kondenzatora. Kondenzator je priključen na vremenski konstantan napon U. Odrediti: (a) provodnost kondenzatora, (b) gustinu zapreminskog slobodnog naelektrisanja u dielektriku, (~~c~~) raspodelu struje u unutrašnjoj elektrodi kondenzatora, (d) vektor jačine magnetskog polja u dielektriku i (~~e~~) Pointingov vektor u dielektriku. (*Z890203*)

$\boxed{88 \quad a, b, d}$ $\quad a, b, \varepsilon = \varepsilon_0 \frac{b}{r}, \sigma = \sigma_0 \frac{a^2}{r^2}, U, G = ?, R = ?, \vec{H} = ?$



$$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0 \qquad -I + J(r) \cdot 4r^2\pi = 0$$

$$\vec{J} = J(r)\,\vec{i}_r \qquad \vec{J} = \frac{I}{4\pi r^2}\vec{i}_r$$

$$\vec{E}(r) = \frac{\vec{J}(r)}{\sigma} = \frac{I}{4\pi\sigma_0 a^2}\vec{i}_r$$

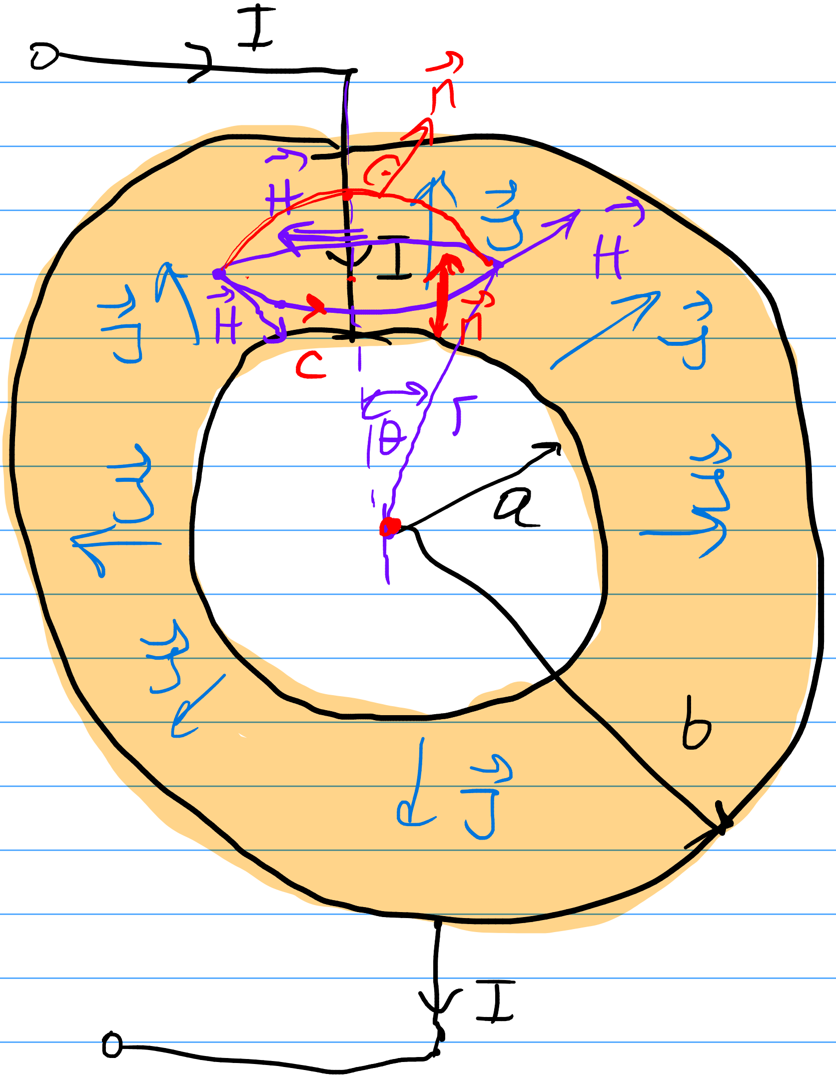
$$U = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{r=a}^{r=b} E\,dr = E(b-a) = \frac{I(b-a)}{4\pi\sigma_0 a^2}$$

$$G = \frac{I}{U} = \boxed{\frac{4\pi\sigma_0 a^2}{b-a}} \qquad I = \frac{4\pi\sigma_0 a^2}{b-a} U$$

$$\vec{E}(r) = \frac{U}{b-a}\vec{i}_r \qquad \vec{J}(r) = \frac{\sigma_0 a^2 U}{(b-a) r^2}\vec{i}_r$$

$$\rho = \operatorname{div}\vec{D} = \operatorname{div}(\varepsilon\vec{E}) = \operatorname{div}\left(\varepsilon_0 \frac{bU}{b-a}\frac{1}{r}\vec{i}_r\right)$$

$$\rho = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^{\cancel{2}} \cdot \frac{\varepsilon_0 U b}{(b-a)\cancel{r}}\right) = \boxed{\frac{\varepsilon_0 b U}{(b-a) r^2}} \qquad r \in (a, b)$$



$$\vec{H} = H\vec{i}_\varphi = \underline{H(r,\theta)\vec{i}_\varphi}$$

$$\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{S}$$

$$H\cdot 2\pi r\sin\theta = -I + J(r)\cdot S_k$$

$$H\cdot 2\pi r\sin\theta = -\frac{4\pi\sigma_0 a^2 U}{b-a} + \frac{\sigma_0 a^2 U}{(b-a)r^2}\,2\pi r^2(1-\cos\theta)$$

$$\boxed{\vec{H} = -\frac{U\sigma_0 a^2(1+\cos\theta)}{(b-a)\sin\theta\cdot r}\vec{i}_\varphi}$$

КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

23. новембар 2023.

2. (а) Написати потпуни систем диференцијалних једначина за стационарно стручно поље. (б) Дефинисана су четири вектора у Декартовом координатном систему: $\mathbf{J}_1 = J_0 \mathbf{i}_x$, $\mathbf{J}_2 = J_0 (x/a) \mathbf{i}_x$, $\mathbf{J}_3 = J_0 (xy/a^2) \mathbf{i}_x$ и $\mathbf{J}_4 = J_0 (y/a)^2 \mathbf{i}_x$, где су J_0 и a константе. Који од наведених вектора могу представљати вектор густине струје у стационарном струјном пољу у домену $0 \le x, y, z \le a$, у ком нема извора? Образложити одговор.

(а)	(б)

КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

18. јануар 2021.

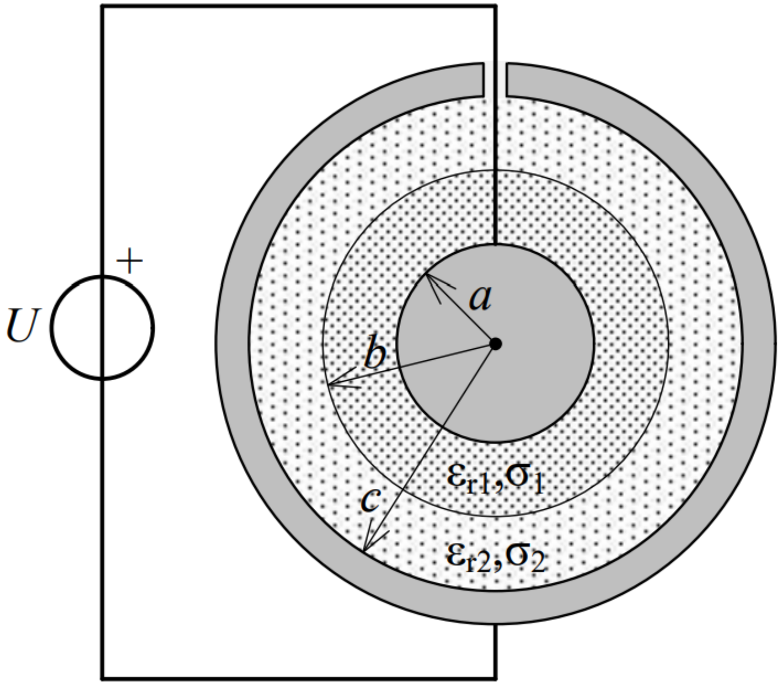
1. (а) Написати потпун систем диференцијалних једначина које описују стационарно струјно поље у линеарној нехомогеној средини. (б) Доказати да густина запреминског слободног наелектрисања у таквој средини, у којој постоји струјно поље $\mathbf{J}$ и побудне струје $\mathbf{J}_i$, у општем случају није једнака нули.

(а)	(б)

КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

14. април 2024.

2. Сферни кондензатор, полупречника електрода $a = 5\,\text{cm}$ и $c = 15\,\text{cm}$, испуњен је са два концентрична хомогена слоја несавршеног диелектрика, као што је приказано на слици. Полупречник раздвојне површи два слоја је $b = 10\,\text{cm}$. Пермитивност и специфична проводност диелектрика су $\varepsilon_{r1} = 12$ и $\sigma_1 = 4\cdot 10^{-4}\,\text{S/m}$ за унутрашњи слој и $\varepsilon_{r2} = 7$ и $\sigma_2 = 5\cdot 10^{-6}\,\text{S/m}$ за спољашњи слој. Кондензатор је прикључен на идеалан напонски генератор временски константног напона $U = 50\,\text{V}$. Израчунати (а) проводност кондензатора, (б) запреминску густину слободоног наелектрисања у унутрашњем и спољашњем слоју, ρ_1 и ρ_2, и (в) површинске густине слободног наелектрисања на све три раздвојне површи, ρ_{sa}, ρ_{sb} и ρ_{sc}.



КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ,ОГ)

27. септембар 2021.

1. Плочасти кондензатор, танких кружних електрода полупречника a испуњен је линеарним, несавршеним и нехомогеним диелектриком који се састоји од два слоја, дебљина d_1 и d_2, специфичних проводности $\sigma_1 = \sigma_0(1 + z/d_1)$ и $\sigma_2 = 2\sigma_0$, респективно, где је σ_0 константа. Пермитивност оба диелектрика је константна и износи $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$, а њихова пермеабилност $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$. Кондензатор је прикључен на идеалан напонски генератор временски константног напона U. Одредити (а) расподелу струје у диелектрику кондензатора, (б) проводност кондензатора и (в) запреминску густину слободног наелектрисања у диелектрику кондензатора.