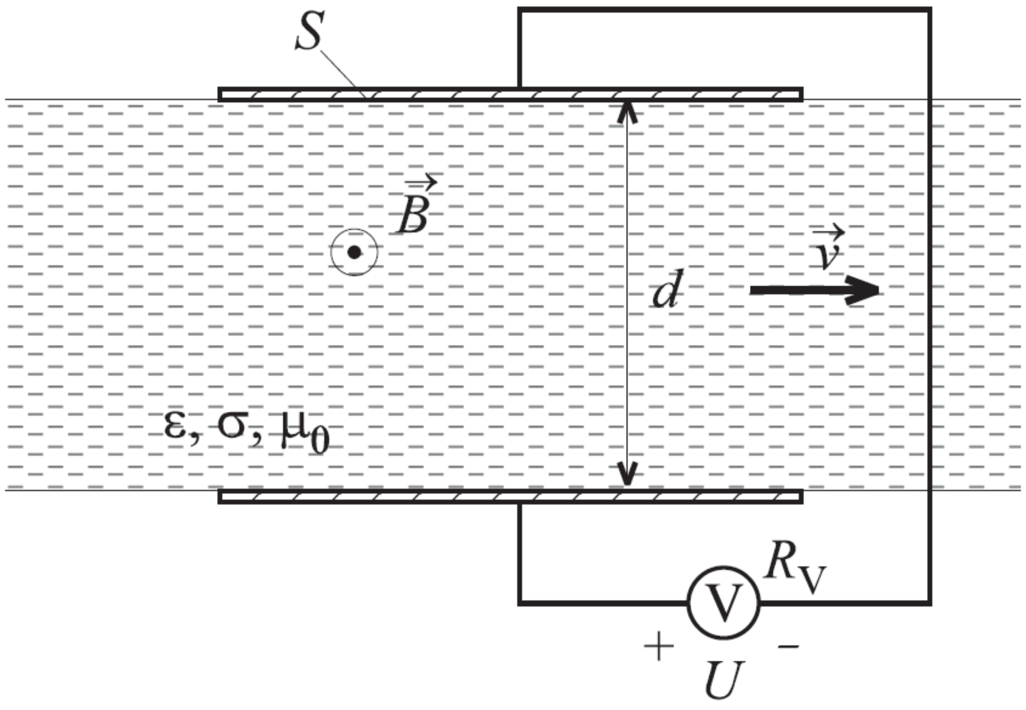
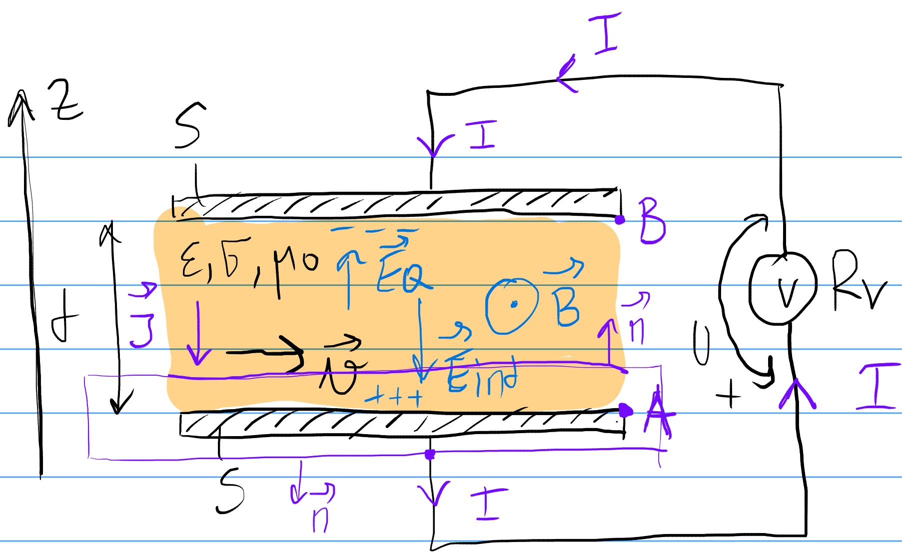
219. Između elektroda pločastog kondenzatora protiče tečnost konstantnom brzinom, kao na slici 219.1. Površina jedne elektrode kondenzatora je $S = 100\ \mathrm{cm}^2$, a rastojanje između elektroda $d = 10$ mm. Specifična provodnost tečnosti je $\sigma = 1\ \mu\mathrm{S/m}$, relativna permitivnost $\varepsilon_\mathrm{r} = 4$, a permeabilnost μ_0. Kondenzator se nalazi u homogenom, stacionarnom magnetskom polju, indukcije $B = 0{,}2$ T. Za elektrode kondenzatora je vezan voltmetar, unutrašnje otpornosti $R_\mathrm{V} = 1\ \mathrm{M\Omega}$. Otpornost priključnih provodnika je zanemarljivo mala. Kolika je brzina proticanja tečnosti, v, ako voltmetar pokazuje napon $U = 5$ mV? (*Z800907*)



Slika 219.1.

219



$S = 100\,cm^2$, $d = 10\,mm$, $\sigma = 1\,\frac{\mu S}{m}$, $\varepsilon_r = 4$,

$\mu = \mu_0$, $B = 0{,}2\,T$, $R_V = 1\,M\Omega$, $U = 5\,mV$,

$v = ?$

$$\vec{E}_{ind} = \vec{v} \times \vec{B} \qquad E_{ind} = vB$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} = \sigma(\vec{E}_Q + \vec{E}_{ind})$$

$$\oint_{S_z} \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0 \qquad -JS + I = 0 \qquad I = JS = \frac{U}{R_V}$$

$$J = \sigma(E_{ind} - E_Q)$$

$$JS = \sigma S(E_{ind} - E_Q) = \frac{U}{R_V}$$

$$U = \int_A^B \vec{E}_Q \cdot d\vec{l} = E_Q \cdot d \qquad \sigma S\left(vB - \frac{U}{d}\right) = \frac{U}{R_V}$$

$$vB - \frac{U}{d} = \frac{U}{R_V G S} \qquad v = \frac{U}{B}\left(\frac{1}{d} + \frac{1}{R_V G S}\right)$$

$$v = \frac{5\cdot 10^{-3}}{2\cdot 10^{-1}}\left(100 + \frac{1}{\cancel{10^{6}}\cdot\cancel{10^{-6}}\cdot 100\cdot 10^{-4}}\right)\frac{m}{s}$$

$$v = \frac{5}{200}\cdot 200\,\frac{m}{s} = \boxed{5\,\frac{m}{s}}$$

256. (a) Napisati potpun sistem Maksvelovih jednačina u kompleksnom diferencijalnom obliku za brzo promenljivo polje u nehomogenoj, linearnoj i izotropnoj sredini u kojoj nema pobudnog polja ni pobudnih struja. (b) Polazeći od ovih jednačina izvesti jednačinu kontinuiteta. (c) Kako glasi jednačina kontinuiteta za površinsku, a (d) kako za linijsku struju? (*P970731*)

$$\boxed{\begin{array}{ll} \operatorname{rot} \underline{\vec{E}} = -j\omega \underline{\vec{B}} & \underline{\vec{D}} = \varepsilon \underline{\vec{E}} \\ \operatorname{rot} \underline{\vec{H}} = \underline{\vec{J}} + j\omega \underline{\vec{D}} & \underline{\vec{B}} = \mu \underline{\vec{H}} \\ \operatorname{div} \underline{\vec{D}} = \underline{\rho} & \underline{\vec{J}} = \sigma \underline{\vec{E}} \\ \operatorname{div} \underline{\vec{B}} = 0 & \end{array}}$$

$$\operatorname{div}(\operatorname{rot} \underline{\vec{H}}) = 0 = \operatorname{div}(\underline{\vec{J}} + j\omega \underline{\vec{D}}) \qquad \operatorname{div} \underline{\vec{J}} = -\operatorname{div}(j\omega \underline{\vec{D}}) = -j\omega \operatorname{div} \underline{\vec{D}}$$

$$\boxed{\operatorname{div} \underline{\vec{J}} = -j\omega \underline{\rho}} \qquad \boxed{\operatorname{div}_s \underline{\vec{J}}_s = -j\omega \underline{\rho}_s} \qquad \boxed{\frac{d\underline{I}}{dl} = -j\omega \underline{Q}'}$$

257. (a) Napisati potpun sistem Maksvelovih jednačina i jednačinu kontinuiteta u diferencijalnom vremenskom obliku za brzo promenljivo elektromagnetsko polje, ako je u svakoj tački sredine poznat vektor gustine pobudne struje, $\boldsymbol{J}_{\mathrm{i}}$. (b) Šta u ovim jednačinama treba promeniti ako su generatori predstavljeni vektorom jačine pobudnog polja, $\boldsymbol{E}_{\mathrm{i}}$? (c) Da li ove jednačine važe na razdvojnoj površi dve sredine? Zašto? (*P920827,P971009*)

$\underline{\vec{J}_i = 0,\ \vec{E}_i = 0}$

$\underline{\vec{J}_i}$

$\underline{\vec{E}_i}$

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{J} + \vec{J}_i + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho$$

$$\mathrm{div}\,\vec{B} = 0$$

$$\vec{J} = \vec{J}(\vec{E} + \vec{E}_i)$$

$$\vec{D} = \vec{D}(\vec{E}),\quad \vec{B} = \vec{B}(\vec{H}),\quad \vec{J} = \vec{J}(\vec{E})$$

$$\mathrm{div}\,\vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$$\mathrm{div}(\vec{J} + \vec{J}_i) = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

в) Диф. зед. не важе тамо где поле има скоковите промене, па у општем случају не важи на граничним површима.

258. Napisati potpun sistem Maksvelovih jednačina i jednačinu kontinuiteta u integralnom obliku, u vremenskom domenu, za brzo promenljivo elektromagnetsko polje, ako je u svakoj tački linearne homogene i izotropne sredine poznat vektor gustine pobudnih struja $\boldsymbol{J}_{\mathrm{i}}$. (*P930614*)

$$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

$$\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S \left(\vec{J} + \vec{J}_i + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S}$$

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \int_v \rho \, dv$$

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$$

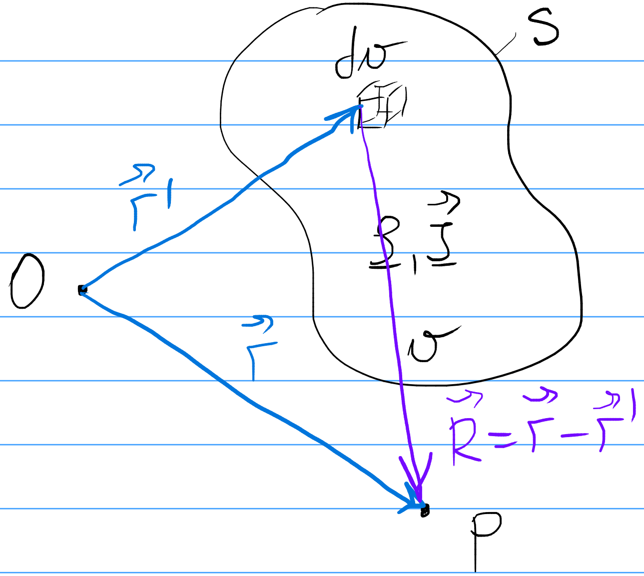
$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

$$\oint_S (\vec{J} + \vec{J}_i)\cdot d\vec{S} = -\int_v \frac{\partial \rho}{\partial t} dv$$

259. Napisati Maksvelove jednačine u kompleksnom diferencijalnom obliku za slučaj linearne, homogene i izotropne sredine parametara ϵ, μ i σ. Kako glasi rešenje ovih jednačina ako su poznati izvori polja, struje $\underline{\boldsymbol{J}}$ i naelektrisanja $\underline{\rho}$, kružne učestanosti ω, lokalizovani u domenu v, ograničenom zatvorenom površi $\overline{S}$, kao na slici 259? (*P970427*,*P930621*)



$$\operatorname{rot} \underline{\vec{E}} = -j\omega\mu \underline{\vec{H}}$$

$$\operatorname{rot} \underline{\vec{H}} = \underline{\vec{J}} + j\omega\varepsilon \underline{\vec{E}}$$

$$\operatorname{div} \underline{\vec{E}} = \frac{\underline{\rho}}{\varepsilon}$$

$$\operatorname{div} \underline{\vec{H}} = 0 \quad , \quad \underline{\vec{J}} = \sigma \underline{\vec{E}}$$

$$\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_q + \underline{\vec{E}}_{ind} = -\operatorname{grad} \underline{V} - j\omega \underline{\vec{A}}$$

$$\underline{\vec{H}} = \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \underline{\vec{A}}$$

$$\underline{V} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int_v \frac{\underline{\rho}\, e^{-j\beta R}}{R} dv \qquad \underline{\vec{A}} = \frac{\mu}{4\pi} \int_v \frac{\underline{\vec{J}}\, e^{-j\beta R}}{R} dv$$

$$\beta = \omega\sqrt{\varepsilon\mu} \qquad \operatorname{div}\vec{A} = -j\omega\mu\varepsilon\underline{V}$$

$$\underline{\vec{E}} = -\operatorname{grad}\underline{V} - j\omega\underline{\vec{A}} = \underline{\vec{E}_Q} + \underline{\vec{E}_{ind}}$$

$$\underline{\vec{E}_Q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int_v \frac{\underline{\rho}\,(1+j\beta R)\, e^{-j\beta R}}{R^2} \vec{i}_R\, dv$$

$$\underline{\vec{E}_{ind}} = -\frac{j\omega\mu}{4\pi} \int_v \frac{\underline{\vec{J}}\, e^{-j\beta R}}{R} dv$$

$$\underline{\vec{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{(\underline{\vec{J}}\,(1+j\beta R)\, e^{-j\beta R} dv) \times \vec{i}_R}{R^2}$$

260. Napisati Maksvelove jednačine i jednačinu kontinuiteta za linearnu, homogenu i izotropnu sredinu parametara ϵ, μ i σ u diferencijalnom, vremenskom obliku. Kako glasi rešenje ovih jednačina ako su poznati izvori polja, struje $\boldsymbol{J}$ i naelektrisanja ρ, lokalizovani u domenu v, ograničenom zatvorenom površi S? (*P930218*)

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \qquad \vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad \operatorname{div} \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

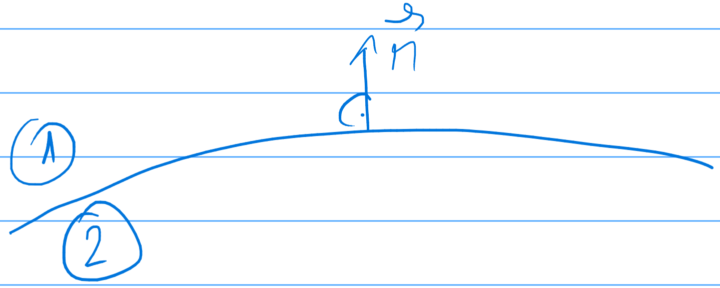
$$\operatorname{div} \vec{H} = 0$$

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \qquad \vec{H} = \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \vec{A}$$

$$V(t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int_v \frac{\rho(t - \frac{R}{c})}{R} \, dv \qquad \vec{A}(t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_v \frac{\vec{J}(t - \frac{R}{c})}{R} \, dv$$

$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ $\quad \mathrm{div}\,\vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$ $\quad \mathrm{div}\,\vec{A} = -\varepsilon\mu\frac{\partial V}{\partial t}$ (Lorencov uslov)

261. Napisati granične uslove za vektore ***E***, ***D***, ***H***, ***B***, ***P***, ***M*** i ***J*** koji važe na razdvojnoj površi dve sredine. (*P960901*,*P960617*)



$$\vec{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0$$

$$\vec{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_S$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_S$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{P}_1 - \vec{P}_2) = -\rho_{PS}$$

$$\vec{n} \times (\vec{M}_1 - \vec{M}_2) = \vec{J}_{SA}$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{J}_1 - \vec{J}_2) = -\frac{\partial \rho_S}{\partial t}$$

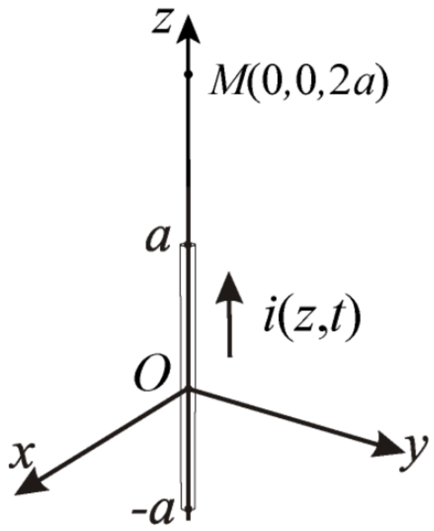
$$\vec{n} \cdot (\vec{J}_{S1} - \vec{J}_{S2}) = -\frac{dQ'}{dt}$$

$$i_1 - i_2 = -\frac{dQ}{dt}$$

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

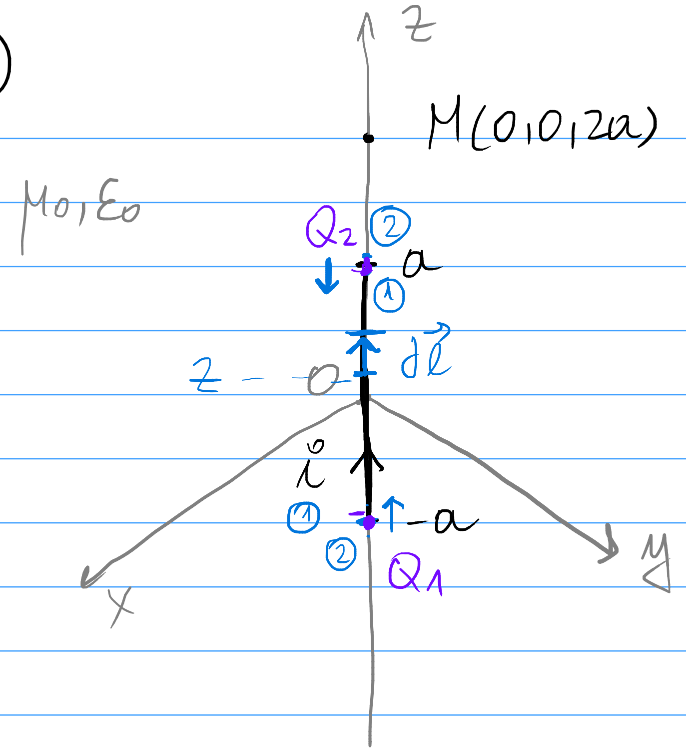
2. септембар 2011.

1. У вакууму постоји брзопроменљива простопериодична струја, кружне учестаности ω, дуж нити дужине $2a$, приказане на слици. Временска зависност струје у односу на референтни смер на слици је $i(z,t)=\sqrt{2}\,I_0\cos(\omega t-\beta z)$, $-a\le z\le a$, I_0 је константа и $\beta=\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$. Одредити изразе за: (а) расподелу подужног и тачкастог наелектрисања нити, (б) магнетски вектор потенцијал у тачки $M(0,0,2a)$ и (в) вектор магнетске индукције у тачки $M(0,0,2a)$.



②
①

1



$$i(z,t)=\sqrt{2}\, I_0 \cos(\omega t - \beta z), \quad \beta = \omega\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0},$$

$$\underline{Q}' = ?, \quad \underline{Q} = ?, \quad \underline{\vec{A}}(M) = ?, \quad \underline{\vec{B}}(M) = ?$$

$$\underline{I} = I_0 e^{-j\beta z}$$

$$\frac{d\underline{I}}{dl} = -j\omega \underline{Q}' \qquad \frac{d\underline{I}}{dz} = -j\omega \underline{Q}'$$

$$\underline{Q}' = \frac{j}{\omega}\frac{d\underline{I}}{dz} = \frac{j}{\omega} I_0 e^{-j\beta z}(-j\beta)$$

$$\boxed{\underline{Q}' = \frac{\beta}{\omega} I_0 e^{-j\beta z}}$$

$$\underline{I}_1 - \cancel{\underline{I}_2}^{\,0} = -j\omega \underline{Q} \qquad \underline{Q} = -\frac{1}{j\omega}\underline{I}_1$$

$$\underline{Q} = \frac{j}{\omega}\underline{I}_1$$

$$\underline{Q}_1 = \frac{j}{\omega}\underline{I}(z=-a) = \boxed{\frac{j}{\omega} I_0 e^{j\beta a}}$$

$$\underline{Q}_2 = \frac{j}{\omega}\left(-\underline{I}(z=a)\right) = \boxed{-\frac{j}{\omega} I_0 e^{-j\beta a}}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_L \frac{I\, d\vec{l}\, e^{-j\beta R}}{R} \quad , \quad R = 2a - z \quad , \quad d\vec{l} = dz\,\vec{i}_z$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{z=a}^{z=a} I_0 e^{-j\beta z}\, \frac{e^{-j\beta(2a-z)}}{2a-z}\, \vec{i}_z\, dz$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi}\vec{i}_z\, e^{-j\beta 2a}\int_{-a}^{a} \frac{dz}{2a-z} \quad \left\{ \begin{array}{l} t = 2a - z \\ dt = -dz \end{array} \right\}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} e^{-j\beta 2a}\,\vec{i}_z \int_{3a}^{a} \frac{-dt}{t} = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} e^{-j\beta 2a}\,\vec{i}_z \int_{a}^{3a} \frac{dt}{t}$$

$$\boxed{\vec{A} = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} e^{-j\beta 2a}\ \ln 3\ \vec{i}_z}$$

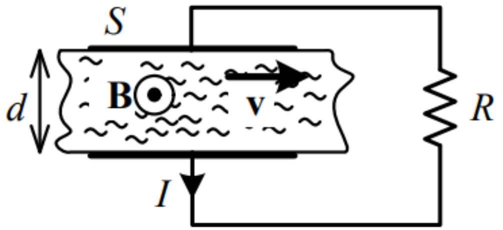
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_L \frac{I\, d\vec{l}\,(1+j\beta R)e^{-j\beta R}}{R^2} \times \vec{\imath}_R \quad , \quad \begin{aligned} d\vec{l} &= dz\,\vec{\imath}_z \\ R &= 2a - z \\ \vec{\imath}_R &= \vec{\imath}_z \end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{B} = 0} \qquad d\vec{l} \times \vec{\imath}_R = 0$$

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

24. јун 2024.

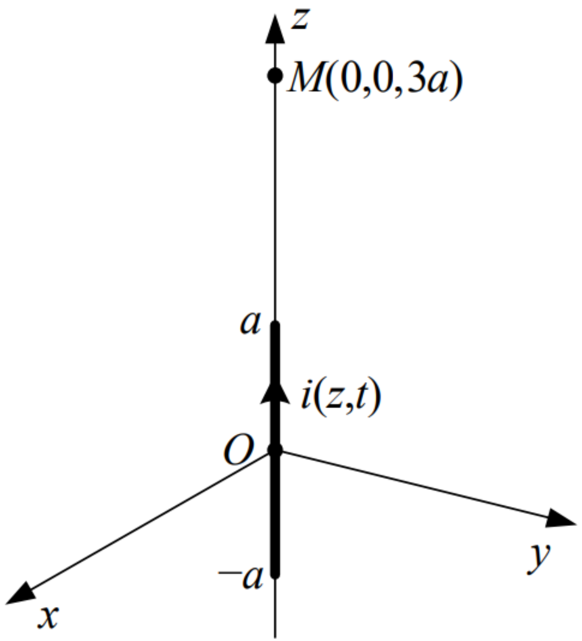
2. Између електрода плочастог кондензатора протиче проводна течност, специфичне проводности σ, константном брзином v, као на слици. Површина сваке електроде кондензатора је S, а растојање између електрода је d $(S >> d^2)$. Кондензатор се налази у хомогеном стационарном магнетском пољу, магнетске индукције $\mathbf{B}$ (вектор $\mathbf{B}$ је паралелан електродама, а нормалан на вектор $\mathbf{v}$). Ако су електроде кондензатора спојене граном са отпорником отпорности R и кроз њу протиче стационарна струја јачине I према референтном смеру са слике, одредити интензитет брзине протицања течности, v.



ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

11. јануар 2024.

1. У вакууму постоји брзопроменљива простопериодична струја, кружне учестаности ω, дуж танке нити дужине $2a$, приказане на слици. Тренутна вредност струје у односу на референтни смер на слици је $i(z,t)=\sqrt{2}I_0\dfrac{z}{a}\cos(\omega t-\beta z)$, $-a\le z\le a$, где је I_0 константа и $\beta=\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$. Одредити у комплексном облику изразе за (а) расподелу подужног и тачкастог наелектрисања нити, (б) вектор јачине индукованог електричног поља у тачки $M(0,0,3a)$ и (в) вектор магнетске индукције у тачки $M(0,0,3a)$.



ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

11. јануар 2024.

4. Одредити у комплексном облику расподелу површинског наелектрисања на раздвојној површи две хомогене и линеарне средине, пермитивности и специфичне проводности ε_1 и σ_1, односно ε_2 и σ_2, у простопериодичном брзопроменљивом пољу, кружне учестаности ω, ако је у свакој тачки средине 1 уз раздвојну површ позната нормална компонента комплексног вектора густине струје, $\underline{J}_{1n}$.