

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

4. јул 2020.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. (а) Написати математички исказ Поинтингове теореме у домену v , ограниченом површи S и објаснити значење сваког члана. Домен је испуњен линеарним хомогеним диелектриком пермитивности ϵ , пермеабилности μ и специфичне проводности σ , а у свакој тачки домена познат је вектор побудних струја \mathbf{J}_i . (б) Претходни израз написати за случај када је површ S прекривена бесконачно танком савршено проводном фолијом.

(а)	(б)
-----	-----

2. У свакој тачки домена v' у вакууму, у којем постоји брзопроменљиво простопериодично електромагнетско поље учестаности f , познат је комплексни представник запреминске густине наелектрисања $\underline{\rho}(\mathbf{r}')$, где је \mathbf{r}' вектор положаја посматране тачке. У тачки са вектором положаја \mathbf{r} : (а) написати израз за комплексни електрични скалар–потенцијал $\underline{V}(\mathbf{r})$ и (б) полазећи од диференцијалне везе између електричног скалар–потенцијала и вектора јачине електричног поља које потиче од вишка наелектрисања, извести интегрални израз за тај вектор јачине електричног поља $\underline{\mathbf{E}}_q(\mathbf{r})$.

(а)	(б)	
-----	-----	--

3. Комплексни представник вектора јачине електричног поља простопериодичног ТЕМ таласа у посматраној тачки је $\underline{\mathbf{E}} = (\mathbf{i}_x + j\sqrt{5}\mathbf{i}_y + 2\mathbf{i}_z) \text{ V/m}$. Израчунати (а) максималну и (б) ефективну вредност интензитета овог вектора. (в) Како је поларизован овај вектор? Образложити одговор.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

4. Коаксијални вод, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b , испуњен је савршеним диелектриком релативне пермитивности ϵ_r , а проводници су му пермеабилности μ_0 и специфичне проводности σ . Полазећи од израза за коефицијент слабљења при малим губицима, израчунати при ком ће односу спољашњег и унутрашњег полупречника b/a , за задато b , тај коефицијент слабљења бити минималан.

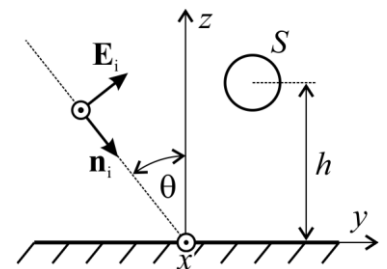
--

5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе $Z_c = 50 \Omega$ и времена простирања кроз вод $\tau = 1 \text{ ns}$, прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде $E = 12 \text{ V}$, док је на излаз вода прикључена паралелна веза кондензатора капацитивности $C = 120 \text{ pF}$ и отпорника отпорности $R = 25 \Omega$. Одредити израз за напон на улазу у вод и израчунати га у тренутку $t = 4,5 \text{ ns}$.

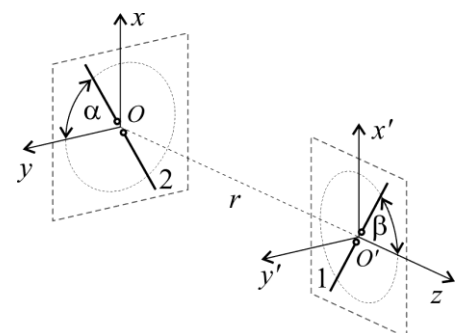
6. Примопредајни систем чине две идентичне антене у вакууму, оријентисане у простору тако да су им поларизације усклађене и пренос снаге између њих максималан. На предајну антену доводи се снага $P_a = 1,4 \text{ W}$ из генератора простопериодичне струје учестаности $f = 28 \text{ GHz}$. Ако је појачање обе антене $G = 24 \text{ dBi}$, а растојање између антена $r = 750 \text{ m}$, применом Friis-ове формуле израчунати снагу коју пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику.

ЗАДАЦИ

1. Инцидентни простопериодичан униформан линијски поларизован TEM талас, ефективне вредности електричног поља E и учестаности f , простире се у вакууму у правцу и смеру орта \mathbf{n}_i и наилази на бесконачну савршено проводну раван, под углом θ у односу на нормалу на раван. У вакууму је постављена електрички мала контура површине S , тако да јој је центар на висини h изнад равни. Вектор јачине електричног поља \mathbf{E}_i , вектор \mathbf{n}_i и површ контуре леже у yz -равни, а проводна раван у xz -равни Декартовог координатног система, као на слици. (а) Одредити, у координатном систему са слике, комплексне векторе резултантног електричног и магнетског поља изнад равни. (Произвољно усвојити почетну фазу поља.) (б) Одредити израз за ефективну вредност електромоторне силе индуковане у контури и (в) висину h тако да та ефективна вредност буде максимална.



2. Примопредајни антенски систем чине два полуталасна дипола, у вакууму, чији су центри на растојању $r = 1,2 \text{ km}$. Предајни дипол 1 лежи у xz -равни Декартовог координатног система и са z -осом заклапа угао $\beta = 50^\circ$. Пријемни дипол 2 лежи у xy -равни Декартовог координатног система и са y -осом заклапа угао $\alpha = 70^\circ$. Дипол 1 напаја се простопериодичном струјом учестаности $f = 980 \text{ MHz}$ и ефективне вредности $I = 0,7 \text{ A}$. (а) Усвојити референтни смер и почетни фазни став струје дипола 1 и одредити израз за комплексни вектор јачине електричног поља које дипол 1 ствара у центру дипола 2 (тачки O), $\underline{\mathbf{E}}_1$. (б) Усвојити референтни смер емс индуковане у диполу 2 и одредити израз за карактеристичну функцију зрачења (реч је о вектору) дипола 2 у смеру дипола 1, \mathbf{F}_2 . (в) Израчунати ефективну вредност електромоторне силе индуковане у диполу 2.



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 4. ЈУЛА 2020. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

$$1. (a) \int_V -\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E} \, dv = \int_V \sigma |\mathbf{E}|^2 \, dv + \frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{1}{2} \epsilon |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} \mu |\mathbf{H}|^2 \right) dv + \int_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S} .$$

$$(b) \int_V -\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E} \, dv = \int_V \sigma |\mathbf{E}|^2 \, dv + \frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{1}{2} \epsilon |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} \mu |\mathbf{H}|^2 \right) dv .$$

$$2. (a) \underline{V}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}') e^{-j\beta|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dv', \quad \beta = 2\pi f \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} .$$

$$(b) \underline{\mathbf{E}}_q(\mathbf{r}) = -\text{grad } \underline{V}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \rho(\mathbf{r}') dv' \text{grad} \left(\frac{e^{-j\beta|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}') (1 + j\beta|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) e^{-j\beta|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2} \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dv' .$$

$$3. (a) E_{\max} = \sqrt{10} \text{ V/m} \text{ и } (b) E_{\text{eff}} = \sqrt{10} \text{ V/m} . (в) \text{ Вектор је кружно поларизован, јер је } E_{\max} = E_{\text{eff}} .$$

$$4. \frac{b}{a} \approx 3,591 .$$

$$5. u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5E h(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 0,5E h(t) - 0,5E h(t-2\tau) + \frac{R}{R+Z_c} E \left(1 - e^{-\frac{(t-2\tau)}{R+Z_c}} \right), & t \geq 2\tau \end{cases} ,$$

$$u(t = 4,5 \text{ ns}) = 2,854 \text{ V} .$$

$$6. P_{\text{pr}} = 114 \text{ nW} .$$

ЗАДАЦИ

$$1. (a) \underline{\mathbf{E}}_{\text{rez}} = j2E \cos\theta \sin(\beta z \cos\theta) e^{-j\beta y \sin\theta} \mathbf{i}_y + 2E \sin\theta \cos(\beta z \cos\theta) e^{-j\beta y \sin\theta} \mathbf{i}_z, \quad \underline{\mathbf{H}}_{\text{rez}} = 2 \frac{E}{Z_0} \cos(\beta z \cos\theta) e^{-j\beta y \sin\theta} \mathbf{i}_x, \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}},$$

$$\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} . (b) \epsilon = 2\beta E |\cos(\beta h \cos\theta)| S \text{ и } (в) h_k = k \frac{\pi}{\beta \cos\theta}, k = 1, 2, \dots .$$

$$2. (a) \underline{\mathbf{E}}_1 = j \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} I \frac{e^{-j2\pi f \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} r}}{r} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\beta\right)}{\sin\beta} \mathbf{i}_x, \text{ за референтни смер струје ка индексу 1 и почетни фазни став струје нула.}$$

$$(b) \underline{\mathbf{F}}_2 = \sin\alpha \mathbf{i}_x + \cos\alpha \mathbf{i}_y, \text{ за референтни смер емс ка индексу 2. } (в) \epsilon_2 = \frac{1}{\pi f \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} I \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\beta\right)}{\sin\beta} \sin\alpha = 2,22 \text{ mV} .$$

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 10. ЈУЛА У 17.45 ЧАСОВА НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 10. ЈУЛА ОД 17.45 ДО 18.15 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика