

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

12. септембар 2022.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

| ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат) |    |               |    |    |        |        | КОЛОКВИЈУМ |    |        |              |       |
|--|----|---------------|----|----|--------|--------|------------|----|--------|--------------|-------|
| Индекс година/број                     |    | Презиме и име |    |    |        |        |            |    |        |              |       |
| /                                      |    |               |    |    |        |        | ИСПИТ      |    |        |              |       |
| ПИТАЊА                                 |    |               |    |    | ЗАДАЦИ |        |            |    |        |              |       |
| 1.                                     | 2. | 3.            | 4. | 5. | 6.     | Укупно | 1.         | 2. | Укупно | УКУПНО ПОЕНА | ОЦЕНА |
|  |    |               |    |    |        |        |            |    |        |              |       |

## ПИТАЊА

**1.** У свакој тачки домена  $v'$  у вакууму, у којем постоји брзопроменљиво електромагнетско поље, познати су запреминска густина наелектрисања  $\rho(\mathbf{r}', t)$  и вектор густине запреминске струје  $\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)$ , где је  $\mathbf{r}'$  вектор положаја посматране тачке. У тачки са вектором положаја  $\mathbf{r}$  написати изразе за (а) електрични скалар-потенцијал  $V(\mathbf{r}, t)$  и (б) магнетски вектор-потенцијал  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ .

|     |     |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

**2.** Израчунати колико пута опадне модуо комплексног Поинтинговог вектора простопериодичног линијски поларизованог ТЕМ таласа, при преласку пута од 17 mm кроз линеарну хомогену средину специфичне проводности  $\sigma = 5 \text{ S/m}$ , релативне пермитивности  $\epsilon_r = 80$  и пермеабилности  $\mu_0$ . Сматрати да је учестаност таласа таква да се средина може сматрати добрим диелектриком.

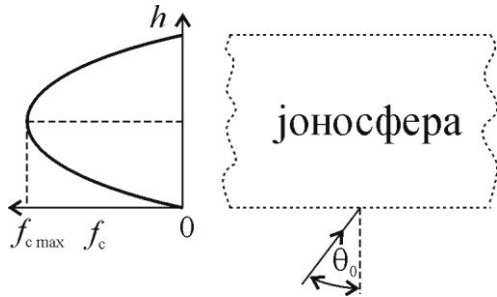
**3.** Комплексни представник вектора јачине електричног поља простопериодичног ТЕМ таласа у посматраној тачки је  $\underline{\mathbf{E}} = (\mathbf{i}_x + j\sqrt{5}\mathbf{i}_y + 2\mathbf{i}_z) \text{ V/m}$ . Израчунати (а) максималну и (б) минималну вредност интензитета овог вектора. (в) Како је поларизован овај вектор? Образложити одговор.

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| (а) | (б) | (в) |
|-----|-----|-----|

**4.** Одредити максималну (средњу) снагу која се може преносити вођеним простопериодичним ТЕМ таласом кроз коаксијални вод, полупречника проводника  $a$  и  $b$  ( $a < b$ ), испуњен диелектриком критичног поља  $E_{kr}$  и релативне пермитивности  $\epsilon_r$ .

5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе  $Z_c = 50 \Omega$  и времена простирања кроз вод  $\tau = 1 \text{ ns}$ , прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде  $E = 5 \text{ V}$ , док је на излаз вода прикључен калем индуктивности  $L = 400 \text{ nH}$ . Полазећи од еквивалентних реалних напонских генератора којима се вод може заменити на страни побудног генератора, односно на страни пријемника, одредити израз за напон на улазу у вод и израчунати га у тренутку  $t = 3,5 \text{ ns}$ .

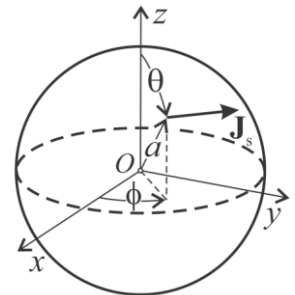
6. Полазећи од Снеловог закона, објаснити простирање таласа кроз јоносферу, чија је критична учестаност параболична функција висине, а у зависности од учестаности таласа  $f$  и упадног угла  $\theta_0$  (видети слику).



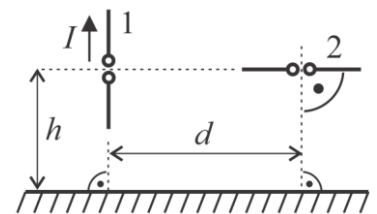
### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје престоериодичне струје, високе кружне учестаности  $\omega$ , само по површи сфере полупречника  $a$ . У сферном координатном систему вектор густине површинских струја дат је изразом  $\mathbf{J}_s(\theta, \phi, t) = \sqrt{2} J_{s0} \sin \theta \cos \frac{\phi}{2} \cos \omega t \mathbf{i}_\phi$ , где је  $J_{s0}$  константа,  $0 \leq \theta \leq \pi$ ,  $-\pi \leq \phi \leq \pi$ .

Одредити, у комплексном облику, изразе за: (а) густину површинских наелектрисања сфере, (б) вектор јачине електричног поља ових наелектрисања у координатном почетку (тачки  $O$ ), и (в) вектор јачине индукованог електричног поља у координатном почетку (тачки  $O$ ).



2. Предајни полуталасни дипол (антена 1) постављен је вертикално изнад савршено проводне равни, на висини  $h = 5 \text{ m}$  и напаја се престоериодичном струјом ефективне вредности  $I = 25 \text{ mA}$  и учестаности  $f = 2,4 \text{ GHz}$ . Пријемни полуталасни дипол (антена 2) постављен је хоризонтално на истој висини и на растојању  $d = 15 \text{ m}$  од предајног дипола. Израчунати (а) ефективну вредности јачине електричног поља на месту пријемног дипола, (б) ефективну вредност емс која се индукује у пријемном диполу и (в) средњу снагу коју пријемни дипол предаје прилагођеном пријемнику.



### Напомена

У сферном координатном систему је:  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (A_r r^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$ .

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),  
ОДРЖАНОГ 22. СЕПТЕМБАР 2022. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (a)  $V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\mathbf{r}', t - \sqrt{\epsilon_0\mu_0} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) dv'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$ . (б)  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t - \sqrt{\epsilon_0\mu_0} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) dv'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$ .

2. Опadne 35,9 пута.

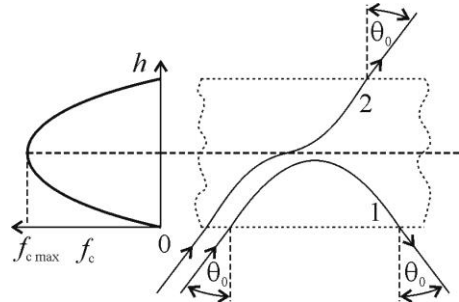
3. (a)  $E_{\max} = \sqrt{10} \text{ V/m}$  и (б)  $E_{\min} = \sqrt{10} \text{ V/m}$ . (в) Вектор је кружно поларизован, јер је  $E_{\max} = E_{\min} \neq 0$ .

4.  $P_{\max} = \frac{1}{120\Omega} a^2 E_{\text{кр}}^2 \sqrt{\epsilon_r} \ln \frac{b}{a}$ .

5.  $u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5Eh(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 0,5Eh(t) - 0,5Eh(t - 2\tau) + Ee^{-\frac{t-2\tau}{T/Z_c}}, & t \geq 2\tau \end{cases}$ ,

$u(t = 3,5 \text{ ns}) = 4,145 \text{ V}$ .

6. При уласку у јоносферу талас се повија ка нормали. Ако је на било којој висини испуњен услов  $f_c = f \cos\theta_0$ , талас се повија надоле (пре достигања висине на којој је  $f_c = f_{c\max}$ ) и излази под истим углом под којим је ушао у јоносферу (путања 1). У противном, ако важи  $f_{c\max} < f \cos\theta_0$ , талас се након достигања висине на којој је  $f_c = f_{c\max}$  повија ка нормали, пролази кроз јоносферу и напушта је под истим углом под којим је ушао у јоносферу (путања 2).



**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $\underline{\rho}_s = -j \frac{J_{s0}}{2\omega a} \sin \frac{\phi}{2}$ , (б)  $\underline{\mathbf{E}}_q = j \frac{J_{s0}}{6\epsilon_0\omega a} (1 + j\beta a) e^{-j\beta a} \mathbf{i}_y$ , (в)  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = -j\omega \frac{\mu_0 J_{s0} a e^{-j\beta a}}{6} \mathbf{i}_y$ ,  $\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ .

2. (a)  $E_2 = 123,6 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$ . (б)  $\epsilon_{\text{ind}2} = 1,2 \text{ mV}$ . (в)  $P_2 = 4,96 \text{ nW}$ .

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 19. СЕПТЕМБРА У 23.00 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 20. СЕПТЕМБРА ОД 15.00 ДО 15.30 У ЛАБОРАТОРИЈИ 63.

Са предмета Електромагнетика