

КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

9. април 2023.

Напомене. Колоквијум траје 120 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба само овога папира и вежбанке, који се морају предати. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

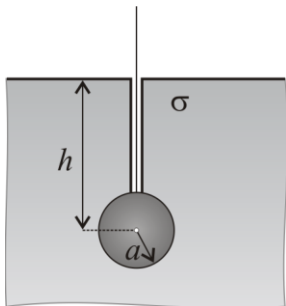
Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)					Укупно поена	
Индекс година/број	Презиме и име					
/						
ПИТАЊА				ЗАДАЦИ		
1	2	3	4	1	2	

ПИТАЊА

1. Полазећи од диференцијалних једначина за електростатичко поље у вакууму, у домену у чијој је свакој тачки позната густина запреминског наелектрисања ρ и диференцијалне везе између вектора јачине електричног поља и електричног скалар-потенцијала, извести Поасонову једначину.

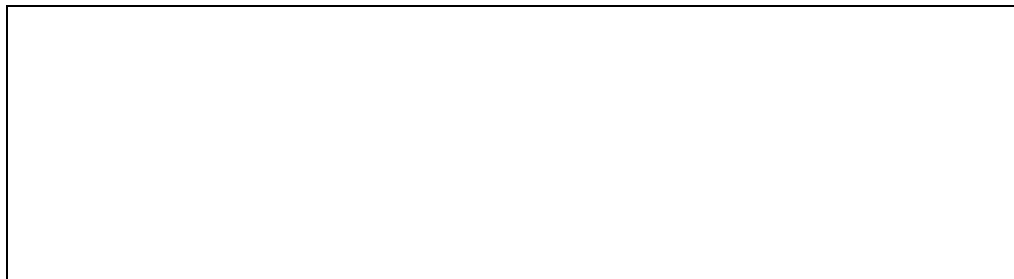
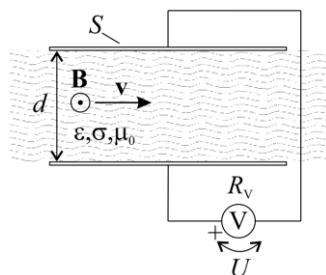
2. Извести израз за отпорност уземљења савршено проводног сферног уземљивача, полупречника a , укопаног у линеарну хомогену земљу, специфичне проводности σ , тако да му је центар на дубини h ($h \gg a$).



3. (а) Написати потпуни систем диференцијалних једначина за стационарно магнетско поље. (б) Написати везу између вектора магнетске индукције и магнетског вектор-потенцијала. (в) Полазећи од претходних израза, извести диференцијалну једначину коју задовољава магнетски вектор-потенцијал, у вакууму, у домену у чијој је свакој тачки познат вектор густине запреминске струје \mathbf{J} .

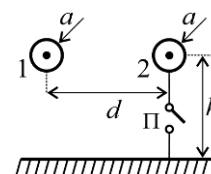
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

4. Хомогена течност познате пермитивности ϵ , специфичне проводности $\sigma > 0$ и пермебилности μ_0 креће се константном брзином v кроз правоугаону цев, а у делу тока и између облога плочастог кондензатора, површине S , које су на међусобном растојању d ($S \gg d^2$). Између електрода кондензатора постоји хомогено временски стално магнетско поље, магнетске индукције B . Вектори брзине и магнетске индукције, \mathbf{v} и \mathbf{B} , међусобно су управни, а паралелни облогама кондензатора, као на слици (на којој је приказан попречни пресек мерног система). Волтметар, унутрашње отпорности R_V , прикључен је на облоге кондензатора и показује напон U . Израчунати брзину протока течности, v .

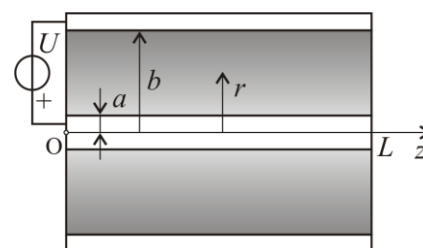


ЗАДАЦИ

1. Два веома дугачка паралелна цилиндрична проводника постављена су, у вакууму, на висини $h = 210 \text{ mm}$ изнад бесконачне проводне равни. Полупречници попречног пресека проводника су $a = 7 \text{ mm}$, а њихово међусобно растојање је $d = 240 \text{ mm}$. Прекидач Π је отворен, као на слици. Затварање прекидача (чиме се проводник 2 галвански спаја са проводном равни) узрокује прираштај потенцијала проводника 1 $\Delta V_1 = -0,6 \text{ V}$. Израчунати (а) коефицијенте потенцијала овога система, и (б) потенцијал проводника 2 у стационарном стању пре затварања прекидача.



2. Прав коаксијални вод дужине L , савршених проводника полупречника a и b ($L \gg a, b$), испуњен је линеарним нехомогеним диелектриком пермитивности $\epsilon = \epsilon_0 r/a$ и специфичне проводности $\sigma = \sigma_0 b/r$, где је r ($a \leq r \leq b$) одстојање од осе вода (z -осе), а σ_0 позната константа. Вод је на једном крају отворен, а на другом крају прикључен на генератор временски константног напона U . Одредити (а) подужну одводност (проводност) кабла, G' , (б) вектор густине струје у диелектрику, \mathbf{J} , (в) јачину струје у проводницима кабла, $I(z)$, и (г) густину запреминског слободног наелектрисања у диелектрику, ρ .



Напомена: у цилиндричном координатном систему је

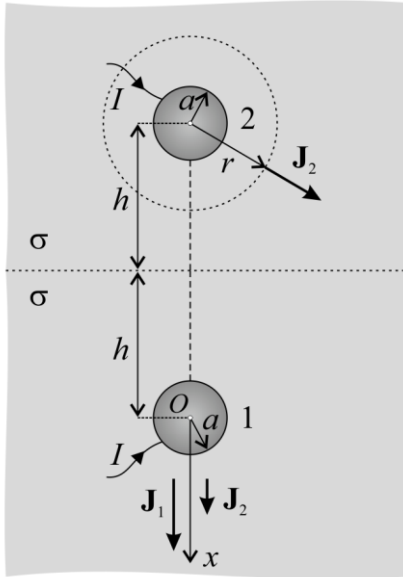
$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}.$$

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР), ОДРЖАНОГ 9. АПРИЛА 2023. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. $\Delta V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$.

2.



Према теореме ликова за стационарно струјно поље, поље у хомогеној земљи неће се променити ако вакуум заменимо хомогеном земљом и изнад развојне површи уведемо расподелу струја симетричну (у односу на развојну површ) расподелу струја у хомогеној земљи, као на слици.

Пошто је $h \gg a$, из једначине континуитета за стационарно струјно поље добијамо интензитете густине струја уземљивача (1) и lika (2), $J_1 = J_2 = \frac{I}{4\pi r^2}$, где је r растојање од центра уземљивача, односно lika.

На x -оси је вектор јачине електричног поља

$$\mathbf{E}(x) = \frac{\mathbf{J}_1(x) + \mathbf{J}_2(x)}{\sigma} = \left(\frac{I}{4\pi\sigma x^2} + \frac{I}{4\pi\sigma(x+2h)^2} \right) \mathbf{i}_x,$$

где x меримо од центра уземљивача, O , па је потенцијал уземљивача (1), у односу на референтну тачку у бесконачности,

$$V_1 = \int_a^\infty \mathbf{E}(x) \cdot (dx \mathbf{i}_x) = \frac{I}{4\pi\sigma} \int_a^\infty \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+2h)^2} \right) dx = \frac{I}{4\pi\sigma} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a+2h} \right) \approx \frac{I}{4\pi\sigma a}.$$

По дефиницији, отпорност уземљења уземљивача је

$$R_{uz} = \frac{V_1}{I} \approx \frac{1}{4\pi\sigma a}.$$

3. (a) $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}$, $\text{div } \mathbf{B} = 0$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{H})$. (б) $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$. (в) $\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$.

4. $v = \frac{1}{\sigma SB} \left(\frac{1}{R_v} + \sigma \frac{S}{d} \right) U$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $a_{11} = a_{22} = \frac{\ln \frac{2h}{a}}{2\pi\epsilon_0} \approx 7,36 \cdot 10^{10} \frac{\text{m}}{\text{F}}$, $a_{12} = a_{21} = \frac{\ln \sqrt{d^2 + (2h)^2}}{2\pi\epsilon_0} \approx 1,26 \cdot 10^{10} \frac{\text{m}}{\text{F}}$. (б) $V_2 = -\frac{a_{11}}{a_{12}} \Delta V_1 \approx 3,5 \text{ V}$.

2. (a) $G' = \frac{2\pi\sigma_0}{1 - \frac{a}{b}}$, (б) $\mathbf{J} = \frac{G'U}{2\pi r} \mathbf{i}_r$, (в) $I(z) = G'U(L-z)$, (г) $\rho = \frac{\epsilon_0 G'U}{\pi\sigma_0 ab}$.

- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 18. АПРИЛА У 14:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 18. АПРИЛА ОД 17:00 ДО 17:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика