

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

1. фебруар 2024.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а сваки задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

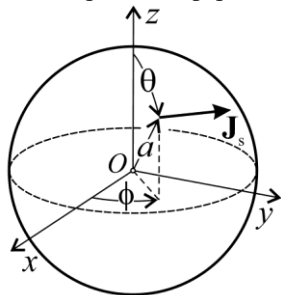
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)										КОЛОКВИЈУМ	
Индекс година/број		Презиме и име									
/										ИСПИТ	
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ					
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. (а) Написати потпуни систем Максвелових једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму, у диференцијалном облику. (б) Полазећи од тих израза, извести таласну једначину за вектор јачине електричног поља.

(а)	(б)
-----	-----

2. У вакууму постоје простопериодичне струје, високе кружне учестаности ω , само по површи сфере полупречника a . У сферном координатном систему вектор густине површинских струја дат је изразом $\mathbf{J}_s(\theta, \phi, t) = \sqrt{2}J_{s0} \sin \theta \cos \frac{\phi}{2} \cos \omega t \mathbf{i}_\phi$, где је J_{s0} константа, $0 \leq \theta \leq \pi$, $-\pi \leq \phi \leq \pi$. Одредити, у комплексном облику, израз за густину површинских наелектрисања сфере.



3. Комплексни представник вектора јачине електричног поља простопериодичног електромагнетског таласа дат је изразом $\underline{\mathbf{E}} = E_0(2\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y + \mathbf{i}_z) + jE_0(\mathbf{i}_x - \mathbf{i}_y - \mathbf{i}_z)$, где је E_0 реална константа. За овај вектор одредити: (а) ефективну вредност, (б) минимални интензитет и (в) максимални интензитет. (г) Како је овај вектор поларизован? Образложити.

(а)	(б)	(в)	(г)
-----	-----	-----	-----

4. Коаксијални вод, задатог спољашњег полупречника b и унутрашњег полупречника a , начињен је од доброг проводника и испуњен је савршеним диелектриком. Полазећи од израза за коефицијент слабења при малим губицима, одредити однос полупречника проводника вода тако да коефицијент слабења буде минималан.

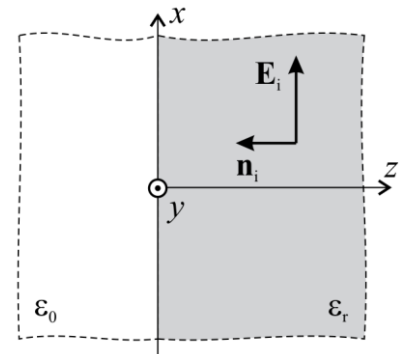
5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе $Z_c = 50 \Omega$ и времена простирања кроз вод $\tau = 1 \text{ ns}$, прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде $E = 8 \text{ V}$, док је на излаз вода прикључен калем индуктивности $L = 250 \text{ nH}$. Полазећи од еквивалентних реалних напонских генератора којима се вод може заменити на страни побудног генератора, односно на страни пријемника, одредити израз за напон на улазу у вод и израчунати га у тренутку $t = 4,5 \text{ ns}$.

6. (а) Написати дефинициони израз за појачање антене. (б) Полазећи од претходног израза и коришћењем општег израза за вектор јачине електричног поља антене у зони зрачења, извести израз за рачунање појачања антене, у функцији карактеристичне функције зрачења и отпорности антене, у односу на изотропни радијатор.

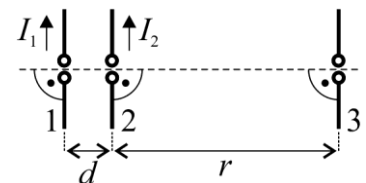
(а)	(б)
-----	-----

ЗАДАЦИ

1. Инцидентни линијски поларизован раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља E и учестаности $f = 850 \text{ MHz}$, налази из савршеног хомогеног диелектрика, релативне пермитивности $\epsilon_r = 3,5$ и пермеабилности μ_0 , нормално на бесконачну равну раздвојну површ са вакуумом. Инцидентни талас се постире у правцу и смеру орта $\mathbf{n}_i = -\mathbf{i}_z$, а његов вектор јачине електричног поља \mathbf{E}_i паралелан је x -оси Декартовог координатног система, као на слици. (а) Полазећи од граничних услова, одредити изразе за комплексне векторе јачине резултантног електричног и магнетског поља у диелектрику (у координатном систему са слике). (б) Израчунати координате свих тачака у којима је ефективна вредност резултантног електричног поља у диелектрику максимална. (в) Израчунати коефицијент стојећег таласа у диелектрику.



2. Два предајна полуталасна дипола (1 и 2) и пријемни полуталасни дипол (3) међусобно су паралелни и постављени су у слободном простору (вакууму) тако да су им центри на истој правој, као на слици. Предајни диполи су на међусобном растојању $d = 0,15 \text{ m}$ и напајају се простопериодичним струјама учестаности $f = 890 \text{ MHz}$ и ефективних вредности $I = 2,8 \text{ A}$, а фазна разлика струја дипола 2 и 1 је $\Delta\psi$, $\Delta\psi = \arg(I_2) - \arg(I_1)$. (а) Сматрајући да је $r \gg d$, одредити израз за ефективну вредност резултантног електричног поља на месту пријемног дипола. (б) Израчунати фазну разлику $\Delta\psi$ при којој је та ефективна вредност резултантног електричног поља максимална. (в) За тако израчунату фазну разлику $\Delta\psi$ и $r = 950 \text{ m}$, израчунати ефективну вредност електромоторне силе индуковане у пријемном диполу.



Напомена: у сферном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (A_r r^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 1. ФЕБРУАРА 2024. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$, $\text{div } \mathbf{E} = 0$, $\text{div } \mathbf{H} = 0$. (б) $\Delta \mathbf{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$.

2. $\underline{\rho}_s = -j \frac{J_{s0}}{2\omega a} \sin \frac{\phi}{2}$.

3. а) $E = 3E_0$. (б) $E_{\min} = \sqrt{6}E_0$. (в) $E_{\max} = 2\sqrt{3}E_0$. (г) Вектор је елиптички поларизован ($E_{\max} > E_{\min} > 0$).

4. $\frac{b}{a} \approx 3,59$.

5. $u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5Eh(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 0,5Eh(t) - 0,5Eh(t-2\tau) + Ee^{-\frac{t-2\tau}{L/Z_c}}, & t \geq 2\tau \end{cases}$, $u(t=4,5 \text{ ns}) = 4,85 \text{ V}$.

6. (a) $G = \frac{4\pi I_{zr}}{P_a}$. (б) $G = \frac{4\pi r^2 E^2 / Z_0}{R_a I^2} = \frac{Z_0 F^2}{\pi R_a}$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\underline{\mathbf{E}}_d = E e^{j\beta z} \left(1 + \frac{\sqrt{\varepsilon_r} - 1}{\sqrt{\varepsilon_r} + 1} e^{-j2\beta z} \right) \mathbf{i}_x$, $\underline{\mathbf{H}}_d = -\frac{E}{Z} e^{j\beta z} \left(1 - \frac{\sqrt{\varepsilon_r} - 1}{\sqrt{\varepsilon_r} + 1} e^{j2\beta z} \right) \mathbf{i}_y$, $Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r \varepsilon_0}}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r}$. (б) у равнина $z_k = k \cdot 94,28 \text{ mm}$, $k = 1, 2, \dots$. (в) $SWR = 1,871$.

2. (a) $E_{\text{rez}} = \frac{Z_0}{\pi} I \frac{1}{r} \left| \cos \frac{\beta d + \Delta\psi}{2} \right|$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$. (б) $\Delta\psi \approx -0,89\pi (-160,27^\circ)$. (в) $\varepsilon_{\text{ind}} \approx 37,9 \text{ mV}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 4. ФЕБРУАРА У 21.00 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 5. ФЕБРУАРА ОД 18.00 ДО 18.30 У ЛАБОРАТОРИЈИ 63.

Са предмета Електромагнетика