

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

3. јун 2024.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а сваки задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

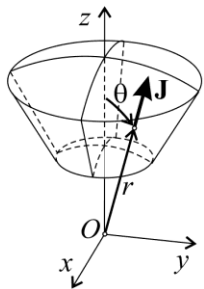
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ					
Индекс година/број		Презиме и име										
/							ИСПИТ					
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА		
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно	

## ПИТАЊА

1. (а) Написати потпуни систем Максвелових једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму, у диференцијалном облику. (б) Полазећи од тих израза, извести таласну једначину за вектор јачине електричног поља.

(а)	(б)
-----	-----

2. У вакууму постоји брзопроменљива струја само по запремини домена приказаног на слици. Вектор густине струје, у сферном координатном систему, дат је изразом  $\mathbf{J}(r, \theta, t) = \sqrt{2}J_0 (r/a)^2 (\sin \theta)^2 \cos(\omega t) \mathbf{i}_r$ , где су  $J_0$  и  $\omega$  константе. Одредити, у комплексном облику, израз за расподелу запреминског наелектрисања домена.



3. Раван униформан простопериодичан кружно поларизован ТЕМ талас, учестаности  $f$ , простире се у вакууму у смеру  $+z$ -осе. Вектор јачине електричног поља овог таласа има ефективну вредност  $E_0$ , десно је поларизован и у тренутку  $t = 0$ , у координатном почетку, лежи на  $+x$ -оси. У Декартовом координатном систему написати израз за комплексни вектор јачине електричног поља овог таласа.

4. Коаксијални вод, унутрашњег полупречника  $a = 0,25 \text{ mm}$  и спољашњег полупречника  $b = 1,1 \text{ mm}$ , испуњен је савршеним диелектриком релативне пермитивности  $\epsilon_r = 3,1$ , а проводници су му пермеабилности  $\mu_0$  и специфичне проводности  $\sigma = 59 \text{ MS/m}$ . Израчунати колико пута опадне снага ТЕМ таласа, учестаности  $f = 60 \text{ GHz}$ , при простирању кроз део оваквог коаксијалног вода дужине  $d = 700 \text{ mm}$ .

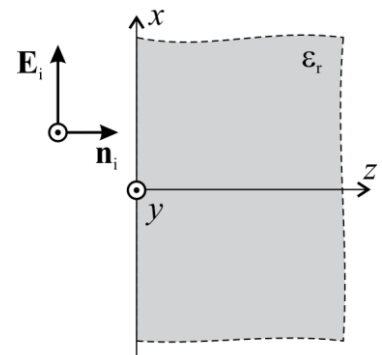
5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе  $Z_c = 50 \Omega$  и времена простирања кроз вод  $\tau = 1 \text{ ns}$ , прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде  $E = 5 \text{ V}$ , док је на излаз вода прикључен кондензатор капацитивности  $C = 80 \text{ pF}$ . Полазећи од еквивалентних реалних напонских генератора којима се вод може заменити на страни побудног генератора, односно на страни пријемника, одредити израз за напон на улазу у вод и израчунати га у тренутку  $t = 6,5 \text{ ns}$ .

6. (а) Написати дефинициони израз за појачање антене и објаснити коришћене величине. (б) Полазећи од претходног израза и коришћењем општег израза за вектор јачине електричног поља антене у зони зрачења, извести израз за рачунање појачања антене, у функцији карактеристичне функције зрачења и отпорности антене, у односу на изотропни радијатор.

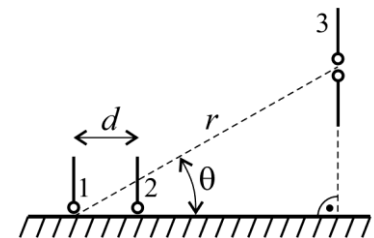
(а)	(б)
-----	-----

### ЗАДАЦИ

1. Инцидентни линијски поларизован раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља  $E$  и учестаности  $f$ , наилази из вакуума нормално на бесконачну равну раздвојну површ са савршеним хомогеним диелектриком, релативне пермитивности  $\epsilon_r > 1$  и пермеабилности  $\mu_0$ . Инцидентни талас се постире у правцу и смеру орта  $\mathbf{n}_i = \mathbf{i}_z$ , а његов вектор јачине електричног поља  $\mathbf{E}_i$  паралелан је  $x$ -оси Декартовог координатног система, као на слици. (а) Одредити изразе за комплексне представнике резултантних вектора јачине електричног и магнетског поља у вакууму и диелектрику. (б) Полазећи од дефиниционог израза за коефицијент стојећег таласа, извести израз за рачунање коефицијента стојећег таласа у вакууму и израчунати га ако је  $\epsilon_r = 4$ .



2. Два четвртталасна монопола (1 и 2) монтирана су вертикално на равној површи бесконачне савршено проводне земље. Монополи су на међусобном растојању  $d = 0,2 \text{ m}$  и напајају се простопериодичним струјама учестаности  $f = 1090 \text{ MHz}$  и ефективних вредности  $I = 2,8 \text{ A}$ , а струја монопола 2 фазно предњачи струји монопола 1 за  $\Delta\psi = 15^\circ$ . Пријемни полуталасни дипол (3) постављен је вертикално, као на слици, при чему је  $r = 950 \text{ m}$  и  $\theta = 36^\circ$ . (а) Полазећи од израза за далеко поље монопола, одредити израз за ефективну вредност резултантног електричног поља на месту пријемног дипола. (б) Израчунати ефективну вредност електромоторне силе индуковане у пријемном диполу.



**Напомена:** у сферном координатном систему је  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (A_r r^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$ .

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),  
ОДРЖАНОГ 3. ЈУНА 2024. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (a)  $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ ,  $\text{rot } \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ ,  $\text{div } \mathbf{E} = 0$ ,  $\text{div } \mathbf{H} = 0$ . (б)  $\Delta \mathbf{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$ .

2.  $\underline{\rho} = j \frac{4J_0}{\omega a^2} r \sin^2 \theta$ .

3.  $\underline{\mathbf{E}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} (\mathbf{i}_x - j\mathbf{i}_y) e^{-j\beta z}$ ,  $\beta = 2\pi f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ .

4. Снага опадне приближно 2 пута (односно за 3 dB).

$$5. u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5Eh(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 0,5Eh(t) - 0,5Eh(t-2\tau) + E \left( 1 - e^{-\frac{t-2\tau}{Z_c C}} \right), & t \geq 2\tau \end{cases}, \quad u(t = 6,5 \text{ ns}) = 3,377 \text{ V}.$$

6. (a)  $G = \frac{4\pi I_{zr}}{P_a}$ . (б)  $G = \frac{4\pi r^2 E^2 / Z_0}{R_a I^2} = \frac{Z_0 F^2}{\pi R_a}$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $\underline{\mathbf{E}}_0 = E e^{-j\beta_0 z} \left( 1 + \frac{1 - \sqrt{\varepsilon_r}}{1 + \sqrt{\varepsilon_r}} e^{j2\beta_0 z} \right) \mathbf{i}_x$ ,  $\underline{\mathbf{H}}_0 = \frac{E}{Z_0} e^{-j\beta_0 z} \left( 1 - \frac{1 - \sqrt{\varepsilon_r}}{1 + \sqrt{\varepsilon_r}} e^{j2\beta_0 z} \right) \mathbf{i}_y$ ,  $\underline{\mathbf{E}} = E \frac{2}{1 + \sqrt{\varepsilon_r}} e^{-j\beta_0 \sqrt{\varepsilon_r} z} \mathbf{i}_x$ ,

$\underline{\mathbf{H}} = \frac{E \sqrt{\varepsilon_r}}{Z_0} \frac{2}{1 + \sqrt{\varepsilon_r}} e^{-j\beta_0 \sqrt{\varepsilon_r} z} \mathbf{i}_y$ ,  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ ,  $\beta_0 = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ . (б)  $SWR = \frac{|E_0|_{\max}}{|E_0|_{\min}} = \sqrt{\varepsilon_r} = 2$ .

2. (a)  $E_{\text{rez}} = \frac{Z_0}{\pi} I \frac{F_1}{r} \left| \cos \frac{\beta d \cos \theta + \Delta \Psi}{2} \right|$ ,  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ ,  $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ ,  $F_1 = \frac{\cos \left( \frac{\pi}{2} \sin \theta \right)}{\cos \theta}$ .

(б)  $\varepsilon_{\text{ind}} = 6,8 \text{ mV}$ .

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 10. ЈУНА У 21.00 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 11. ЈУНА ОД 13.45 ДО 14.15 У ЛАБОРАТОРИЈИ 63.

Са предмета Електромагнетика