

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

24. јун 2024.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а сваки задатак по 20 поена.

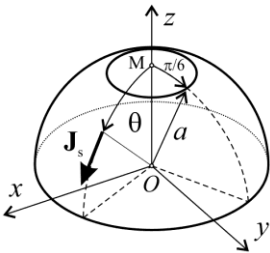
**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

1. Написати математички исказ Поинтингове теореме у домену  $v$ , ограниченом површи  $S$  и објаснити значење сваког члана. Домен је испуњен савршеним линеарним хомогеним диелектриком пермитивности  $\epsilon$  и пермеабилности  $\mu$ , а у свакој тачки домена познат је вектор побудних струја  $\mathbf{J}_i$ .

2. У вакууму постоји брзопроменљива струја само по површи приказаној на слици. Вектор густине површинске струје, у сферном координатном систему, дат је изразом  $\mathbf{J}_s(\theta, t) = \sqrt{2}J_{s0}(\sin\theta)^2 \cos(\omega t) \mathbf{i}_\theta$ , где су  $J_{s0}$  и  $\omega$  константе. Одредити, у комплексном облику, израз за расподелу површинског наелектрисуња домена.



3. Комплексни представник вектора јачине електричног поља простопериодичног ТЕМ таласа у посматраној тачки је  $\underline{\mathbf{E}} = (\mathbf{i}_x + \sqrt{5}\mathbf{i}_y + j 2\mathbf{i}_z) \text{ V/m}$ . Израчунати (а) максималну и (б) минималну вредност интензитета овог вектора. (в) Како је поларизован овај вектор? Образложити одговор.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

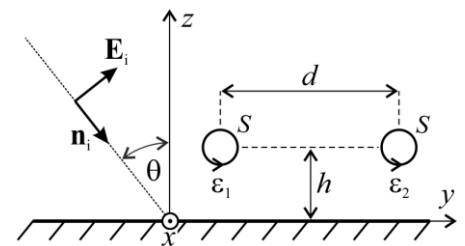
4. Одредити максималну (средњу) снагу која се може преносити вођеним простопериодичним ТЕМ таласом кроз коаксијални вод, полупречника проводника  $a$  и  $b$  ( $a < b$ ), испуњен диелектриком критичног поља  $E_{kr}$  и релативне пермитивности  $\epsilon_r$ .

5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе  $Z_c = 50 \Omega$  и времена простирања кроз вод  $\tau = 1 \text{ ns}$ , прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде  $E = 5 \text{ V}$ , док је на излаз вода прикључена редна веза калема индуктивности  $L = 400 \text{ nH}$  и отпорника отпорности  $R = 150 \Omega$ . Полазећи од еквивалентних реалних напонских генератора којима се вод може заменити на страни побудног генератора, односно на страни пријемника, одредити израз за напон на улазу у вод и израчунати га у тренутку  $t = 3,5 \text{ ns}$ .

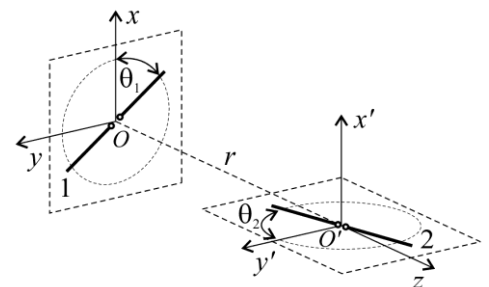
6. Примопредајни антенски систем чине две идентичне антене у слободном простору, на међусобном растојању  $d = 1350 \text{ m}$ , оријентисане тако да је пренос снаге између њих максималан. Ако се предајна антена напаја из простопериодичног генератора учестаности  $f = 2,4 \text{ GHz}$ , снагом  $P = 11 \text{ mW}$ , израчунати појачање ових антена при којем пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику снагу  $P_{pr} = 150 \text{ pW}$ .

## ЗАДАЦИ

1. Инцидентни простопериодичан униформан линијски поларизован ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља  $E$  и учестаности  $f = 900 \text{ MHz}$ , простире се у вакууму у правцу и смеру орта  $\mathbf{n}_i$  и наилази на бесконачну савршено проводну раван, под углом  $\theta$  ( $0 < \theta < \pi/2$ ) у односу на нормалу на раван. Вектор јачине електричног поља  $\mathbf{E}_i$  и вектор  $\mathbf{n}_i$  паралелни су  $yz$ -равни, а проводна раван лежи у  $xz$ -равни Декартовог координатног система, као на слици. У вакууму су постављене две контуре, површине  $S = 9 \text{ cm}^2$ , које леже у  $yz$ -равни тако да су им центри на међусобном растојању  $d = 0,8 \text{ m}$  и на висини  $h = 8 \text{ cm}$  изнад проводне равни. (а) Одредити израз за комплексни вектор јачине резултантног магнетског поља изнад проводне равни. Ако су познате комплексне индуковане електромоторне силе у контурама (у односу на референтне смерове приказане на слици),  $\underline{\varepsilon}_1 = 8 \text{ mV}$  и  $\underline{\varepsilon}_2 = -4(\sqrt{3} + j) \text{ mV}$ , израчунати (б) све могуће вредности угла  $\theta$  и (в) ефективну вредност електричног поља  $E$  за највећи од тих углова. Сматрати да су контуре електрички мале.



2. Примопредајни антенски систем чине два полуталасна дипола, у вакууму, чији су центри на растојању  $r = 650 \text{ m}$ . Предајни дипол 1 лежи у  $xz$ -равни Декартовог координатног система и са  $x$ -осом заклапа угао  $\theta_1 = 25^\circ$ . Пријемни дипол 2 лежи у  $x'y'$ -равни Декартовог координатног система и са  $y'$ -осом заклапа угао  $\theta_2 = 70^\circ$ , као на слици (осе  $y$  и  $y'$  су паралелне, као и осе  $x$  и  $x'$ ). Дипол 1 напаја се простопериодичном струјом учестаности  $f = 1,8 \text{ GHz}$  и ефективне вредности  $I = 3,4 \text{ A}$ . (а) Усвојити референтни смер и почетни фазни став струје дипола 1 и одредити израз за комплексни вектор јачине електричног поља које дипол 1 ствара у центру дипола 2 (тачки  $O'$ ),  $\underline{\mathbf{E}}_1$ . (б) Усвојити референтни смер емс индуковане у диполу 2 и одредити израз за карактеристичну функцију зрачења (реч је о вектору) дипола 2 у смеру дипола 1,  $\underline{\mathbf{F}}_2$ . (в) Израчунати ефективну вредност електромоторне силе индуковане у диполу 2. (г) Израчунати средњу снагу коју пријемни дипол предаје прилагођеном пријемнику. Сматрати да су диполи без губитака.



**Напомена:** у сферном координатном систему је  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (A_r r^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$ .

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),  
ОДРЖАНОГ 24. ЈУНА 2024. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

$$1. \int_V -\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E} \, dv = \overbrace{\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left( \frac{1}{2} \varepsilon |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} \mu |\mathbf{H}|^2 \right) dv}^{\text{Брзина промене ЕМ енергије у домену}} + \overbrace{\oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}}^{\text{Брзина размене ЕМ енергије са околином}} .$$

$$2. \underline{\rho} = j \frac{3J_{s0}}{2\omega a} \sin 2\theta .$$

$$3. (a) E_{\max} = 2\sqrt{3} \text{ V/m} \text{ и } (б) E_{\min} = 2\sqrt{2} \text{ V/m} . (в) \text{ Вектор је елиптички поларизован, јер је } E_{\max} \neq E_{\min} \neq 0 .$$

$$4. P_{\max} = \frac{1}{120\Omega} a^2 E_{kr}^2 \sqrt{\varepsilon_r} \ln \frac{b}{a} .$$

$$5. u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5Eh(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 0,5Eh(t) - 0,5Eh(t-2\tau) + \frac{R}{R+Z_c} E + \frac{Z_c}{R+Z_c} E e^{-\frac{t-2\tau}{\frac{L}{R+Z_c}}}, & t \geq 2\tau \end{cases} , \quad u(t=3,5 \text{ ns}) = 4,34 \text{ V} .$$

$$6. G = 15,85 \text{ (12 dBi)} .$$

**ЗАДАЦИ**

$$1. (a) \underline{\mathbf{H}}_{\text{rez}} = 2 \frac{E}{Z_0} \cos(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_x , \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} , \quad \beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} . (б) \theta_k = \arcsin \left( \left( k + \frac{5}{12} \right) \frac{1}{fd \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \right) , \quad k = 0, 1, 2, \dots ,$$

$$\theta_0 = 9,99^\circ , \quad \theta_1 = 36,16^\circ . (в) E = \frac{|\underline{\varepsilon}_1|}{2\beta S |\cos(\beta h \cos(\theta_1))|} = 235,9 \frac{\text{mV}}{\text{m}} .$$

$$2. (a) \underline{\mathbf{E}}_1 = j \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} I \frac{e^{-j2\pi f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} r}}{r} (-\cos \theta_1 \mathbf{i}_x + \sin \theta_1 \mathbf{i}_y) , \text{ за референтни смер струје од индекса 1 и почетни фазни став}$$

$$\text{струје нула. (б) } \underline{\mathbf{E}}_2 = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta_2\right)}{\cos \theta_2} (-\mathbf{i}_y) , \text{ за референтни смер емс од индекса 2.}$$

$$(в) \varepsilon_2 = \frac{1}{2\pi^2 \varepsilon_0} \frac{I}{fr} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta_2\right)}{\cos \theta_2} \sin \theta_1 = 1,94 \text{ mV} . (г) P_2 = \frac{\varepsilon_2^2}{4R_{r2}} = \frac{\varepsilon_2^2}{4(73 \Omega)} = 12,94 \text{ nW} .$$

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 27. ЈУНА У 21.00 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 28. ЈУНА ОД 14.30 ДО 15.00 У ЛАБОРАТОРИЈИ 63.

Са предмета Електромагнетика