

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

26. август 2024.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а сваки задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

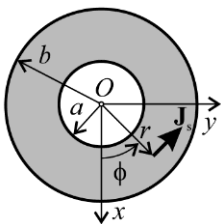
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ					
Индекс година/број		Презиме и име										
/							ИСПИТ					
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА		
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно	

ПИТАЊА

1. Написати везу између електричног скалар–потенцијала и магнетског вектор–потенцијала у брзопроменљивом пољу (Лоренцов услов) у (а) временском домену и (б) фреквенцијском домену. Усвојити потребне величине.

(а)	(б)
-----	-----

2. У вакууму постоји брзопроменљива струја само по површи кружног прстена, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b , као на слици. Вектор густине површинске струје, у цилиндричном координатном систему, дат је изразом $\mathbf{J}_s(r, \phi, t) = \sqrt{2}J_{s0}(r/b)^2 \cos(\phi/2) \cos(\omega t) \mathbf{i}_\phi$, где су J_{s0} и ω константе, $-\pi < \phi \leq \pi$ и $a \leq r \leq b$. Одредити, у комплексном облику, израз за расподелу наелектрисања исечка.

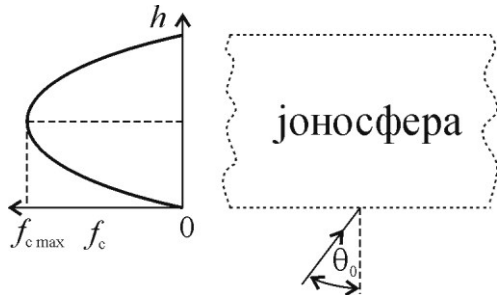


3. Раван униформан простопериодичан кружно поларизован ТЕМ талас, учестаности f , простира се у вакууму у смеру y -осе. Вектор јачине електричног поља овог таласа има ефективну вредност E_0 , десно је поларизован и у тренутку $t = 0$, у координатном почетку, лежи на $-z$ -оси. У Декартовом координатном систему написати израз за комплексни вектор јачине магнетског поља овог таласа.

4. Одредити максималну (средњу) снагу која се може преносити вођеним простопериодичним ТЕМ таласом кроз коаксијални вод, полупречника проводника a и b ($a < b$), испуњен диелектриком критичног поља E_{kr} и релативне пермитивности ϵ_r .

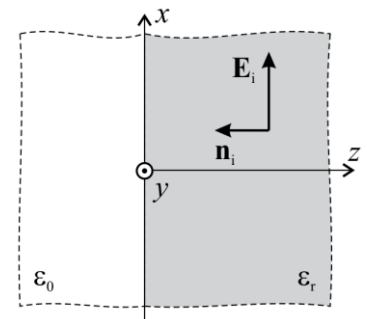
5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе $Z_c = 50 \Omega$ и времена простирања кроз вод $\tau = 1 \text{ ns}$, прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде $E = 8 \text{ V}$, док је на излаз вода прикључена паралелна веза кондензатора капацитивности $C = 50 \text{ pF}$ и отпорника отпорности $R = 150 \Omega$. Полазећи од еквивалентних реалних напонских генератора којима се вод може заменити на страни побудног генератора, односно на страни пријемника, одредити израз за напон на улазу у вод и израчунати га у тренутку $t = 3,5 \text{ ns}$.

6. Полазећи од Снеловог закона, објаснити простирање таласа кроз јоносферу, чија је критична учестаност параболична функција висине, а у зависности од учестаности таласа f и упадног угла θ_0 (видети слику).

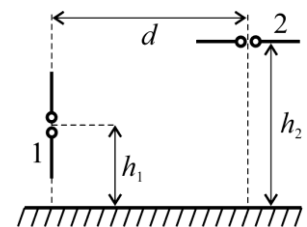


ЗАДАЦИ

1. Инцидентни линијски поларизован раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља E и учестаности f , наилази из савршеног хомогеног диелектрика, релативне пермитивности $\epsilon_r > 1$ и пермеабилности μ_0 , нормално на бесконачну равну раздвојну површ са вакуумом. Инцидентни талас се постире у правцу и смеру орта $\mathbf{n}_i = -\mathbf{i}_z$, а његов вектор јачине електричног поља \mathbf{E}_i паралелан је x -оси Декартовог координатног система, као на слици. (а) Полазећи од граничних услова, одредити изразе за комплексне векторе јачине резултантног електричног и магнетског поља у диелектрику и вакууму (у координатном систему са слике). Одредити израз за координате свих тачака у којима је ефективна вредност резултантног електричног поља у диелектрику (б) максимална и (в) минимална. (г) Израчунати количник максималне и минималне ефективне вредности резултантног електричног поља у диелектрику ако је $\epsilon_r = 8$.



2. Предајни полуталасни дипол (1) постављен је вертикално, на висини h_1 изнад савршено проводне равни. На хоризонталном растојању $d \gg h_1$ од предајног дипола и на висини $h_2 \gg h_1$ изнад савршено проводне равни налази се хоризонтални пријемни полуталасни дипол (2), као на слици. Предајни дипол 1 се напаја простопериодичном струјом учестаности f и ефективне вредности I . (а) Одредити израз за ефективну вредност електричног поља на месту пријемног дипола 2. Ако су познати $h_2 = 350 \text{ m}$, $d = 690 \text{ m}$, $f = 980 \text{ MHz}$ и $I = 1,8 \text{ A}$, израчунати (б) минималну вредност h_1 ($h_1 > 0$) за коју је та ефективна вредност електричног поља максимална могућа и (в) снагу коју пријемни дипол 2 предаје прилагођеном пријемнику (за h_1 из претходне тачке). Сматрати да су диполи без губитака. Околна средина је ваздух.



Напомена: у цилиндричном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 26. АВГУСТА 2024. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\text{div } \mathbf{A} = -\epsilon\mu \frac{\partial V}{\partial t}$. (б) $\text{div } \underline{\mathbf{A}} = -j\omega\epsilon\mu \underline{V}$.

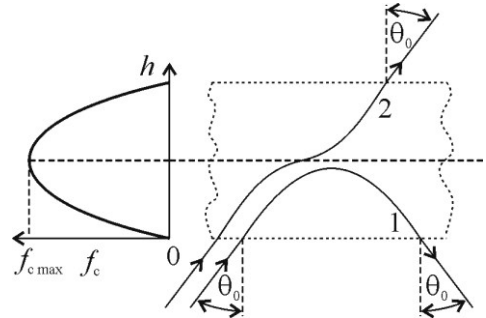
2. $\rho_s = -j \frac{J_{s0}}{2\omega b^2} r \sin \frac{\phi}{2}$.

3. $\underline{\mathbf{H}} = \frac{\sqrt{2}E_0}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (-\mathbf{i}_x - j\mathbf{i}_z) e^{-j\beta y}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\epsilon_0\mu_0}$.

4. $P_{\max} = \frac{1}{120\Omega} a^2 E_{kr}^2 \sqrt{\epsilon_r} \ln \frac{b}{a}$.

5. $u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5Eh(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 0,5Eh(t) - 0,5Eh(t-2\tau) + \frac{R}{R+Z_c} E \left(1 - e^{-\frac{t-2\tau}{C \frac{RZ_c}{R+Z_c}}} \right), & t \geq 2\tau \end{cases}$, $u(t=3,5 \text{ ns}) = 3,3 \text{ V}$.

6. При уласку у јоносферу талас се повија ка нормали. Ако је на било којој висини испуњен услов $f_c = f \cos\theta_0$, талас се повија надоле (пре достизања висине на којој је $f_c = f_{c\max}$) и излази под истим углом под којим је ушао у јоносферу (путања 1). У противном, ако важи $f_{c\max} < f \cos\theta_0$, талас се након достизања висине на којој је $f_c = f_{c\max}$ повија ка нормали, пролази кроз јоносферу и напушта је под истим углом под којим је ушао у јоносферу (путања 2).



ЗАДАЦИ

1. (a) $\underline{\mathbf{E}}_d = E e^{j\beta z} \left(1 + \frac{\sqrt{\epsilon_r} - 1}{\sqrt{\epsilon_r} + 1} e^{-j2\beta z} \right) \mathbf{i}_x$, $\underline{\mathbf{H}}_d = -\frac{E}{Z} e^{j\beta z} \left(1 - \frac{\sqrt{\epsilon_r} - 1}{\sqrt{\epsilon_r} + 1} e^{-j2\beta z} \right) \mathbf{i}_y$, $\underline{\mathbf{E}}_0 = \frac{2\sqrt{\epsilon_r}}{\sqrt{\epsilon_r} + 1} E e^{j\beta_0 z} \mathbf{i}_x$, $\underline{\mathbf{H}}_d = -\frac{2\sqrt{\epsilon_r}}{\sqrt{\epsilon_r} + 1} \frac{E}{Z_0} e^{j\beta_0 z} \mathbf{i}_y$,

$Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_r \epsilon_0}}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$, $\beta_0 = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$. (б) у равнинама $z_{k\max} = \frac{\pi}{\beta} k$, $k = 1, 2, \dots$, (в) у равнинама

$z_{k\min} = \frac{\pi}{\beta} \left(k + \frac{1}{2} \right)$, $k = 0, 1, 2, \dots$, (г) $\frac{E_{\max}}{E_{\min}} = 2,828$.

2. (a) $E_2 \approx \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{I}{r} \left| \cos \left(2\pi f \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} h_1 \cos \theta \right) \right| \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} \cos \theta \right)}{\sin \theta}$, где је $r = \sqrt{d^2 + h_2^2}$ и $\theta = \arcsin \frac{d}{r}$. (б) $h_1 = 0,338 \text{ m}$.

(в) $P_p \approx 255,34 \text{ nW}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 29. АВГУСТА У 21.00 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 30. АВГУСТА ОД 14.30 ДО 15.00 У ЛАБОРАТОРИЈИ 63.