

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

29. август 2025.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а сваки задатак по 20 поена.

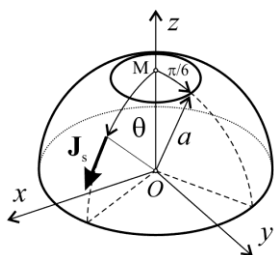
Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)										КОЛОКВИЈУМ	
Индекс година/број			Презиме и име								
/										ИСПИТ	
ПИТАЊА							ЗАДАЦИ				
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно		

ПИТАЊА

1. Написати математички исказ Поинтингове теореме у домену v , ограниченом површи S и објаснити значење сваког члана. Домен је испуњен линеарним хомогеним диелектриком пермитивности ϵ , пермеабилности μ и специфичне проводности σ , а у свакој тачки домена познат је вектор густине побудних запреминских струја $\mathbf{J}_i$.

2. У вакууму постоји брзопроменљива струја само по површи сферног појаса приказаног на слици. Вектор густине површинске струје, у сферном координатном систему, дат је изразом $\mathbf{J}_s(\theta, t) = \sqrt{2}J_{s0}(\cos\theta)^2 \cos(\omega t) \mathbf{i}_\theta$, где су J_{s0} и ω константе. Одредити, у комплексном облику, израз за густину површинског наелектрисања сферног појаса.



3. Комплексни представник вектора јачине електричног поља простопериодичног ТЕМ таласа у посматраној тачки је $\underline{\mathbf{E}} = (2\mathbf{i}_x + \sqrt{5}\mathbf{i}_y + j\mathbf{i}_z) \text{ V/m}$. Израчунати (а) максималну и (б) минималну вредност интензитета овог вектора. (в) Како је поларизован овај вектор? Образложити одговор.

(а)	(б)	(в)

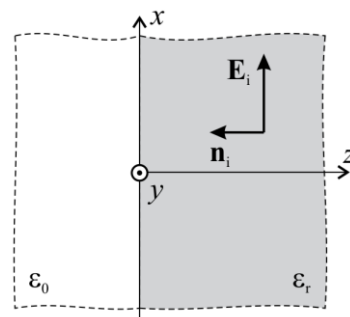
4. Коаксијални вод, задатог спољашњег полупречника b , начињен је од доброг проводника и испуњен је савршеним линеарним хомогеним диелектриком. Полазећи од израза за коефицијент слабљења при малим губицима, одредити однос полупречника проводника вода тако да коефицијент слабљења буде минималан.

5. На улаз вода без губитака, карактеристичне импедансе $Z_c = 50 \Omega$ и времена простирања кроз вод $\tau = 1 \text{ ns}$, прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовог импулса амплитуде $E = 5 \text{ V}$, док је на излаз вода прикључена редна веза калема индуктивности $L = 400 \text{ nH}$ и отпорника отпорности $R = 150 \Omega$. Полазећи од еквивалентних реалних напонских генератора којима се вод може заменити на страни побудног генератора, односно на страни пријемника, одредити израз за напон на улазу у вод и израчунати га у тренутку $t = 3,5 \text{ ns}$.

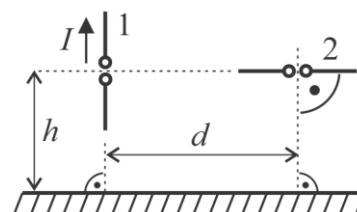
6. Примопредајни антенски систем чине две идентичне антене у слободном простору, на међусобном растојању $d = 1350 \text{ m}$, оријентисане тако да је пренос снаге између њих максималан. Ако се предајна антена напаја из простопериодичног генератора учестаности $f = 2,4 \text{ GHz}$, снагом $P = 1.1 \text{ W}$, израчунати појачање ових антена при којем пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику снагу $P_{pr} = 150 \text{ nW}$.

ЗАДАЦИ

1. Инцидентни линијски поларизован раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља E и учестаности f , наилази из савршеног хомогеног диелектрика, релативне пермитивности $\epsilon_r > 1$ и пермеабилности μ_0 , нормално на бесконачну равну раздвојну површ са вакуумом. Инцидентни талас се постире у правцу и смеру орта $\mathbf{n}_i = -\mathbf{i}_z$, а његов вектор јачине електричног поља $\mathbf{E}_i$ паралелан је x -оси Декартовог координатног система, као на слици. (а) Полазећи од граничних услова, одредити изразе за комплексне векторе јачине резултантног електричног и магнетског поља у диелектрику и вакууму (у координатном систему са слике). Одредити израз за координате свих тачака у којима је ефективна вредност резултантног електричног поља у диелектрику (б) максимална и (в) минимална. (г) Израчунати количник максималне и минималне ефективне вредности резултантног електричног поља у диелектрику ако је $\epsilon_r = 8$.



2. Предајни полуталасни дипол (антена 1) постављен је вертикално изнад савршено проводне равни, на висини $h = 5 \text{ m}$ и напаја се простопериодичном струјом ефективне вредности $I = 25 \text{ mA}$ и учестаности $f = 2,4 \text{ GHz}$. Пријемни полуталасни дипол (антена 2) постављен је хоризонтално на истој висини и на растојању $d = 15 \text{ m}$ од предајног дипола. Израчунати (а) ефективну вредности јачине електричног поља на месту пријемног дипола, (б) ефективну вредност емс која се индукује у пријемном диполу и (в) средњу снагу коју пријемни дипол предаје прилагођеном пријемнику.



Напомена: у сферном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (A_r r^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОФ, ОЕ, ОС, ИР), ОДРЖАНОГ 29. АВГУСТА 2025. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

$$1. \quad \overbrace{\int_V -\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E} \, dv}^{\text{Снага извора у домену}} = \overbrace{\int_V \sigma |\mathbf{E}|^2 \, dv}^{\text{Снага Цулових губитака у домену}} + \overbrace{\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{1}{2} \epsilon |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} \mu |\mathbf{H}|^2 \right) dv}^{\text{Брзина промене ЕМ енергије у домену}} + \overbrace{\oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}}^{\text{Брзина размене ЕМ енергије са околином}}.$$

$$2. \quad \underline{\rho} = j \frac{J_{s0}}{\omega a} \frac{\cos \theta \left((\cos \theta)^2 - 2(\sin \theta)^2 \right)}{\sin \theta}.$$

$$3. \quad (a) \ E_{\max} = 3\sqrt{2} \text{ V/m} \text{ и } (б) \ E_{\min} = \sqrt{2} \text{ V/m}. \text{ (в) Вектор је елиптички поларизован, јер је } E_{\max} \neq E_{\min} \neq 0.$$

$$4. \quad \frac{b}{a} \approx 3,59.$$

$$5. \quad u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0,5 E h(t), & 0 \leq t < 2\tau \\ 0,5 E h(t) - 0,5 E h(t - 2\tau) + \frac{R}{R + Z_c} E + \frac{Z_c}{R + Z_c} E e^{-\frac{t-2\tau}{\frac{L}{R+Z_c}}}, & t \geq 2\tau \end{cases}, \quad u(t = 3,5 \text{ ns}) = 4,34 \text{ V}.$$

$$6. \quad G = 50,14 \text{ (17 dBi)}.$$

ЗАДАЦИ

$$1. \quad (a) \quad \underline{\mathbf{E}}_d = E e^{j\beta z} \left(1 + \frac{\sqrt{\epsilon_r} - 1}{\sqrt{\epsilon_r} + 1} e^{-j2\beta z} \right) \mathbf{i}_x, \quad \underline{\mathbf{H}}_d = -\frac{E}{Z} e^{j\beta z} \left(1 - \frac{\sqrt{\epsilon_r} - 1}{\sqrt{\epsilon_r} + 1} e^{-j2\beta z} \right) \mathbf{i}_y, \quad \underline{\mathbf{E}}_0 = \frac{2\sqrt{\epsilon_r}}{\sqrt{\epsilon_r} + 1} E e^{j\beta_0 z} \mathbf{i}_x, \quad \underline{\mathbf{H}}_d = -\frac{2\sqrt{\epsilon_r}}{\sqrt{\epsilon_r} + 1} \frac{E}{Z_0} e^{j\beta_0 z} \mathbf{i}_y,$$

$$Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_r \epsilon_0}}, \quad \beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}, \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}, \quad \beta_0 = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}. \quad (б) \text{ у равнинама } z_{k \max} = \frac{\pi}{\beta} k, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (в) \text{ у равнинама}$$

$$z_{k \min} = \frac{\pi}{\beta} \left(k + \frac{1}{2} \right), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (г) \quad \frac{E_{\max}}{E_{\min}} = 2,828.$$

$$2. \quad (a) \quad E_2 = 123,6 \frac{\text{mV}}{\text{m}}. \quad (б) \quad \epsilon_{\text{ind}2} = 1,2 \text{ mV}. \quad (в) \quad P_2 = 4,96 \text{ nW}.$$

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 3. СЕПТЕМБРА У 16.00 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 3. СЕПТЕМБРА ОД 16.00 ДО 16.30 НА MS TEAMS КАНАЛУ ПРЕДМЕТА.

Са предмета Електромагнетика