

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ, ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

22. септембар 2025.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а сваки задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табlici. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)										КОЛОКВИЈУМ	
Индекс година/број		Презиме и име									
/										ИСПИТ	
ПИТАЊА							ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно		

ПИТАЊА

1. Написати потпуни систем Максвелових једначина (у диференцијалном облику) за брзопроменљиво електромагнетско поље у произвољној средини у чијој је свакој тачки познат вектор густине побудних струја $\mathbf{J}_i$.

2. У свакој тачки домена v' у вакууму, у коме постоји брзопроменљиво електромагнетско поље, познати су запреминска густина наелектрисања $\rho(\mathbf{r}',t)$ и вектор густине запреминске струје $\mathbf{J}(\mathbf{r}',t)$, где је $\mathbf{r}'$ вектор положаја посматране тачке. У тачки са вектором положаја $\mathbf{r}$ написати изразе за (а) електрични скалар-потенцијал $V(\mathbf{r},t)$ и (б) магнетски вектор-потенцијал $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$.

(а)	(б)

3. Комплексни представник вектора јачине електричног поља простопериодичног TEM таласа у посматраној тачки је $\underline{\mathbf{E}} = (j2\mathbf{i}_x + \sqrt{5}\mathbf{i}_y + \mathbf{i}_z) \text{ V/m}$. Израчунати (а) максималну и (б) минималну вредност интензитета овог вектора. (в) Како је поларизован овај вектор? Образложити одговор.

(а)	(б)	(в)

4. За линеаран хомоген материјал познати су површинска отпорност R_s и дубина продирања δ на учестаности f . Уколико су параметри материјала константни, на учестаности $f' = 4f$ за исти материјал одредити: (а) површинску отпорност, R'_s , и (б) дубину продирања, δ' .

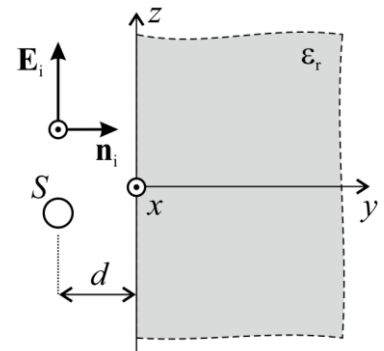
(а)	(б)

5. Раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, учестаности f , простира се у линеарном хомогеном материјалу специфичне проводности σ , пермеабилности μ_0 и пермитивности ε . Полазећи од израза за комплексни коефицијент простирања, извести изразе за коефицијент слабљења и фазни коефицијент у случају када је материјал добар диелектрик.

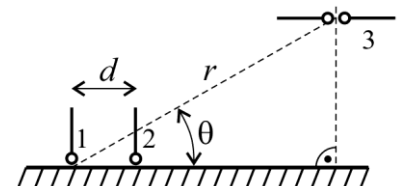
6. Примопредајни антенски систем чине две идентичне антене у слободном простору, појачања $G = 14 \text{ dBi}$, на међусобном растојању $d = 1350 \text{ m}$, оријентисане тако да је пренос снаге између њих максималан. Ако се предајна антена напаја из генератора простопериодичног сигнала, учестаности $f = 2,4 \text{ GHz}$, тако да се на њој развија снага $P = 1,1 \text{ W}$, израчунати снагу коју пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику.

ЗАДАЦИ

1. Инцидентни линијски поларизован раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља $E = 0,8 \text{ V}$ и учестаности $f = 890 \text{ MHz}$, наилази из вакуума нормално на бесконачну равну развојну површ са савршеним хомогеним диелектриком, релативне пермитивности $\varepsilon_r = 3$ и пермеабилности μ_0 . Инцидентни талас се постире у правцу и смеру орта $\mathbf{n}_i = \mathbf{i}_y$, а његов вектор јачине електричног поља $\mathbf{E}_i$ паралелан је z -оси Декартовог координатног система, као на слици. Електрички мала контура површине $S = 2,7 \text{ cm}^2$ лежи у вакууму, у yz -равни, на растојању d од развојне површи. (а) Полазећи од граничних услова, одредити изразе за комплексне векторе јачине електричног и магнетског поља у вакууму (у координатном систему са слике). (б) Одредити све могуће вредности $d > 0$ за које је ефективна вредност електромоторне силе индуковане у контури максимална и израчунати најмању од њих. (в) Израчунати ефективну вредност електромоторне силе индуковане у контури за d израчунато у претходној тачки.



2. Два четвртталасна монопола (1 и 2) монтирана су вертикално на равној површи бесконачне савршене проводне земље. Монополи су на међусобном растојању $d = 0,3 \text{ m}$ и напајају се простопериодичним струјама учестаности $f = 450 \text{ MHz}$ и ефективних вредности $I = 2,5 \text{ A}$, а струја монопола 2 фазно предњачи струји монопола 1 за $\Delta\psi$. Пријемни полуталасни дипол (3) постављен је хоризонтално, као на слици, при чему је $r = 850 \text{ m}$ и $\theta = 40^\circ$. (а) Полазећи од израза за далеко поље монопола, одредити израз за ефективну вредност резултантног електричног поља на месту пријемног дипола. (б) Израчунати $\Delta\psi$ тако да ефективна вредност електромоторне силе индуковане у пријемном диполу буде максимална, као и ту ефективну вредност, ε_{ind} .



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ, ОФ, ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 22. СЕПТЕМБРА 2025. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}_i + \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$, $\text{div } \mathbf{D} = \rho$, $\text{div } \mathbf{B} = 0$, $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{E})$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{H})$, $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E})$.

2. (a) $V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho\left(\mathbf{r}', t - \frac{R}{c_0}\right) dv}{R}$, (б) $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{J}\left(\mathbf{r}', t - \frac{R}{c_0}\right) dv}{R}$, $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$.

3. (a) $E_{\max} = 2\sqrt{3} \text{ V/m}$ и (б) $E_{\min} = 2\sqrt{2} \text{ V/m}$. (в) Вектор је елиптички поларизован, јер је $E_{\max} \neq E_{\min} \neq 0$.

4. (a) $R'_s = 2R_s$. (б) $\delta' = \frac{1}{2} \delta$.

5. $\alpha = 0,5 \sigma \sqrt{\mu_0/\epsilon}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0\epsilon}$.

6. $P_{\text{pr}} = 37,6 \text{ nW}$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\underline{\mathbf{E}}_0 = E e^{-j\beta_0 y} \left(1 + \frac{1 - \sqrt{\epsilon_r}}{1 + \sqrt{\epsilon_r}} e^{j2\beta_0 y} \right) \mathbf{i}_z$, $\underline{\mathbf{H}}_0 = \frac{E}{Z_0} e^{-j\beta_0 y} \left(1 - \frac{1 - \sqrt{\epsilon_r}}{1 + \sqrt{\epsilon_r}} e^{j2\beta_0 y} \right) \mathbf{i}_x$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$, $\beta_0 = 2\pi f \sqrt{\mu_0\epsilon_0}$.

(б) $d_k = k \frac{\pi}{\beta_0}$, $k = 1, 2, \dots$, $d_1 = \frac{\pi}{\beta_0} = 168,5 \text{ mm}$. (в) $\epsilon(d_1) = 2\pi f \mu_0 \frac{E}{Z_0} \left(1 - \frac{1 - \sqrt{\epsilon_r}}{1 + \sqrt{\epsilon_r}} \right) S = 5,1 \text{ mV}$.

2. (a) $E_{\text{rez}} = \frac{Z_0}{\pi} I \frac{F_1}{r} \left| \cos \frac{\beta d \cos \theta + \Delta \Psi}{2} \right|$, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0\epsilon_0}$, $F_1 = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta\right)}{\cos \theta}$.

(б) $\Delta \Psi = -0,689\pi \pm 2\pi k$, $k = 0, 1, 2, \dots$, $\epsilon_{\text{ind}} \approx 29 \text{ mV}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 29. СЕПТЕМБРА У 21.00 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 30. СЕПТЕМБРА ОД 18.00 ДО 18.30 У ЛАБОРАТОРИЈИ 63.

Са предмета Електромагнетика