

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ, ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

6. октобар 2025.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а сваки задатак по 20 поена.

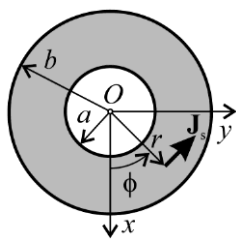
Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)										КОЛОКВИЈУМ	
Индекс година/број		Презиме и име									
/										ИСПИТ	
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ				УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно		1.	2.		

ПИТАЊА

1. Написати потпуни систем Максвелових једначина (у диференцијалном облику) за брзопроменљиво електромагнетско поље у произвољној средини у чијој је свакој тачки познат вектор густине побудних струја $\mathbf{J}_i$.

2. У вакууму постоји брзопроменљива струја само по површи кружног прстена, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b , као на слици. Вектор густине површинске струје, у цилиндричном координатном систему, дат је изразом $\mathbf{J}_s(r, \phi, t) = \sqrt{2}J_{s0} (r/a)^2 (\sin \phi)^2 \cos(\omega t) \mathbf{i}_\phi$, где су J_{s0} и ω константе и $a \leq r \leq b$, $0 \leq \phi \leq 2\pi$. Одредити, у комплексном облику, израз за расподелу наелектрисања кружног прстена.



3. Комплексни представник вектора јачине електричног поља простопериодичног ТЕМ таласа у посматраној тачки је $\underline{\mathbf{E}} = (j\sqrt{2}\mathbf{i}_x + \sqrt{5}\mathbf{i}_y + j\mathbf{i}_z)$ V/m. Израчунати (а) максималну и (б) минималну вредност интензитета овог вектора. (в) Како је поларизован овај вектор? Образложити одговор.

(а)	(б)	(в)

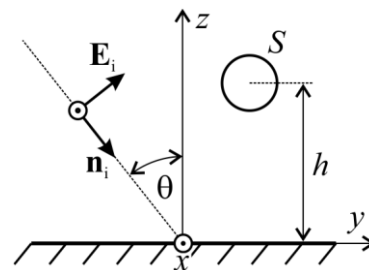
4. Раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, учестаности f , простире се у линеарном хомогеном материјалу специфичне проводности σ , пермеабилности μ_0 и пермитивности ϵ . Полазећи од израза за комплексни коефицијент простирања, извести изразе за коефицијент слабења и фазни коефицијент у случају када је материјал добар проводник.

5. Коаксијални вод, задатог спољашњег полупречника b , начињен је од доброг проводника и испуњен је савршеним диелектриком. Полазећи од израза за коефицијент слабљења при малим губицима, одредити однос полупречника проводника вода тако да коефицијент слабљења буде минималан.

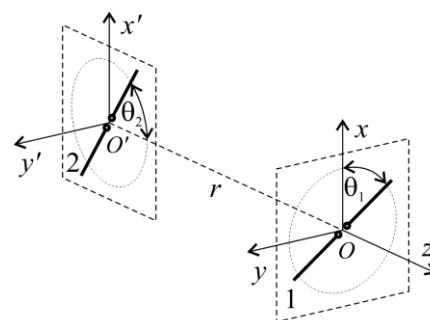
6. Примопредајни антенски систем чине две идентичне антене у слободном простору, на међусобном растојању $d=1350\text{ m}$, оријентисане тако да је пренос снаге између њих максималан. Ако се предајна антена напаја из простопериодичног генератора учестаности $f=60\text{ GHz}$, снагом $P=3,5\text{ W}$, израчунати појачање ових антена при којем пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику снагу $P_{pr}=120\text{ pW}$.

ЗАДАЦИ

1. Инцидентни простопериодичан униформан линијски поларизован ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља E и учестаности f , простире се у вакууму у правцу и смеру орта $\mathbf{n}_i$ и наилази на бесконачну савршено проводну раван, под углом θ у односу на нормалу на раван. У вакууму је постављена електрички мала контура површине S , тако да јој је центар на висини h изнад равни. Вектор јачине електричног поља $\mathbf{E}_i$, вектор $\mathbf{n}_i$ и површ контуре леже у yz -равни, а проводна раван у xy -равни Декартовог координатног система, као на слици. (а) Одредити, у координатном систему са слике, комплексне векторе резултантног електричног и магнетског поља изнад равни. (Произвољно усвојити почетну фазу поља.) (б) Одредити израз за ефективну вредност електромоторне силе индуковане у контури и (в) висину h тако да та ефективна вредност буде максимална.



2. Примопредајни антенски систем чине два полуталасна дипола, у вакууму, чији су центри на растојању $r=470\text{ m}$. Предајни дипол 1 лежи у xy -равни Декартовог координатног система и са x -осом заклапа угао $\theta_1=35^\circ$. Пријемни дипол 2 лежи у xz -равни Декартовог координатног система и са z -осом заклапа угао $\theta_2=55^\circ$, као на слици. Дипол 1 напаја се простопериодичном струјом учестаности $f=5\text{ GHz}$ и ефективне вредности $I=0,3\text{ A}$. (а) Усвојити референтни смер и почетни фазни став струје дипола 1 и одредити израз за комплексни вектор јачине електричног поља које дипол 1 ствара у центру дипола 2 (тачки O'), $\underline{E}_1$. (б) Усвојити референтни смер емс индуковане у диполу 2 и одредити израз за карактеристичну функцију зрачења (реч је о вектору) дипола 2 у смеру дипола 1, $\mathbf{F}_2$. (в) Израчунати ефективну вредност електромоторне силе индуковане у диполу 2. (г) Сматрајући да су диполи без губитака, израчунати снагу коју дипол 2 предаје прилагођеном пријемнику.



Напомена: у цилиндричном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ, ОФ, ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 6. ОКТОБРА 2025. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \text{ rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}_i + \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \text{ div } \mathbf{D} = \rho, \text{ div } \mathbf{B} = 0, \mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{E}), \mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{H}), \mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E}).$

2. $\rho_s = j \frac{J_{s0}}{\omega a^2} r \sin 2\phi$ (постоје само површинска наелектрисања дате густине).

3. (а) $E_{\max} = \sqrt{10} \text{ V/m}$ и (б) $E_{\min} = \sqrt{6} \text{ V/m}$. (в) Вектор је елиптички поларизован, јер је $E_{\max} > E_{\min} > 0$.

4. $\alpha = \beta = \sqrt{\pi \mu_0 \sigma f}$.

5. $\frac{b}{a} \approx 3,59$.

6. $G = 19,87 \text{ (13 dBi)}$.

ЗАДАЦИ

1. (а) $\underline{\mathbf{E}}_{\text{rez}} = j2E \cos \theta \sin(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_y + 2E \sin \theta \cos(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_z, \underline{\mathbf{H}}_{\text{rez}} = 2 \frac{E}{Z_0} \cos(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_x, Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}},$

$\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$. (б) $\epsilon = 2\beta E |\cos(\beta h \cos \theta)| S$ и (в) $h_k = k \frac{\pi}{\beta \cos \theta}, k = 1, 2, \dots$.

2. (а) $\underline{\mathbf{E}}_1 = j \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} I \frac{e^{-j2\pi f \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} r}}{r} (\cos \theta_1 \mathbf{i}_x - \sin \theta_1 \mathbf{i}_y)$, за референтни смер струје ка индексу 1 и почетни фазни став струје

нула. (б) $\underline{\mathbf{E}}_2 = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta_2\right)}{\sin \theta_2} \mathbf{i}_x$, за референтни смер емс ка индексу 2.

(в) $\epsilon_2 = \frac{1}{\pi f \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{I}{r} \cos \theta_1 \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta_2\right)}{\sin \theta_2} = 453,9 \mu\text{V}$. (г) $P_a = \frac{\epsilon_2^2}{4 \cdot 73 \Omega} = 705,6 \text{ pW}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 9. ОКТОБРА У 23.00 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 10. ОКТОБРА ОД 14.30 ДО 15.00 У ЛАБОРАТОРИЈИ 63.

Са предмета Електромагнетика