

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

31. јул 2026.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а сваки задатак по 20 поена.

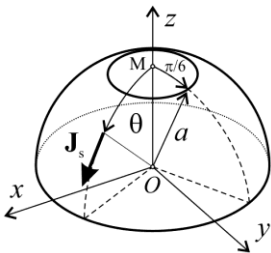
Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)										КОЛОКВИЈУМ		
Индекс година/број		Презиме и име										
/										ИСПИТ		
ПИТАЊА							ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА		ОЦЕНА
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно			

ПИТАЊА

1. Написати математички исказ Поинтингове теореме у комплексном облику, за домен v ограничен површи S . Домен је испуњен линеарним хомогеним диелектриком, специфичне проводности σ , комплексне релативне пермитивности ϵ_r и комплексне релативне пермеабилности μ_r . У свакој тачки домена познати су комплексни вектори густине побудних струја, $\underline{J}_i$, јачине електричног поља, $\underline{E}$ и јачине магнетског поља, $\underline{H}$. Кружна учестаност је ω .

2. У вакууму постоји брзопроменљива струја само по површи приказаној на слици. Вектор густине површинске струје, у сферном координатном систему, дат је изразом $\underline{J}_s(\theta, t) = \sqrt{2}J_{s0} \cos(\theta) \cos(\omega t) \underline{i}_\theta$, $\pi/6 \leq \theta \leq \pi/2$, где су J_{s0} и ω константе. Одредити, у комплексном облику, израз за расподелу површинског наелектрисања домена.



3. Раван униформан простопериодичан кружно поларизован ТЕМ талас, учестаности f , простире се у вакууму у смеру y -осе. Вектор јачине електричног поља овог таласа има ефективну вредност E_0 , лево је поларизован и у тренутку $t = 0$, у координатном почетку, лежи на x -оси. У Декартовом координатном систему написати израз за комплексни вектор јачине електричног поља овог таласа.

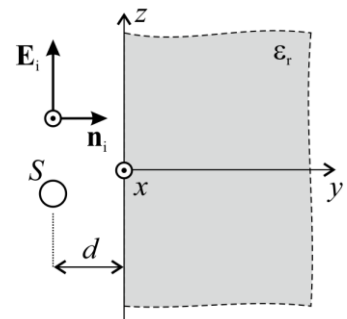
4. Полазећи од дефиниционог изрази за средњу снагу која се простопериодичним ТЕМ таласом преноси коаксијалним водом, одредити максималну вредност те средње снаге која се може преносити коаксијалним водом полупречника проводника a и b ($a < b$), испуњеним савршеним немагнетским диелектриком, критичне вредности електричног поља E_{kr} и релативне пермитивности ϵ_r .

5. Коаксијални вод, унутрашњег полупречника $a = 0,265 \text{ mm}$ и спољашњег полупречника $b = 0,925 \text{ mm}$, испуњен је савршеним диелектриком релативне пермитивности $\epsilon_r = 2,25$, а проводници су му пермеабилности μ_0 и специфичне проводности $\sigma = 57 \text{ MS/m}$. Израчунати колико пута опадне снага TEM таласа, учестаности $f = 67 \text{ GHz}$, при простирању кроз део оваквог коаксијалног вода дужине $d = 1,5 \text{ m}$.

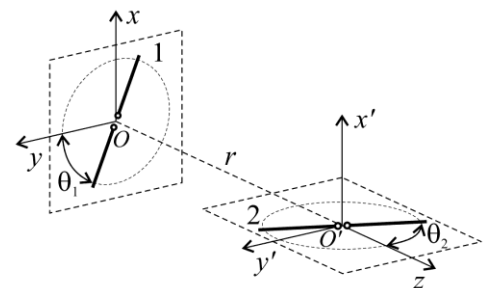
6. Примопредајни антенски систем чине две идентичне антене, појачања $G = 16 \text{ dBi}$, у слободном простору, на међусобном растојању $d = 650 \text{ m}$ и оријентисане тако да је пренос снаге између њих максималан. Ако се предајна антена напаја из простопериодичног генератора учестаности $f = 4 \text{ GHz}$, снагом $P = 15 \text{ W}$, израчунати снагу коју пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику, P_{pr} .

ЗАДАЦИ

1. Инцидентни линијски поларизован раван униформан простопериодичан TEM талас, ефективне вредности електричног поља E и учестаности f , наилази из вакуума нормално на бесконачну равну раздвојну површ са савршеним хомогеним диелектриком, релативне пермитивности $\epsilon_r > 1$ и пермеабилности μ_0 . Инцидентни талас се постире у правцу и смеру орта $\mathbf{n}_i = \mathbf{i}_y$, а његов вектор јачине електричног поља $\mathbf{E}_i$ паралелан је z -оси Декартовог координатног система, као на слици. Електрички мала контура површине S лежи у вакууму, у yz -равни, на растојању d од раздвојне површи. (а) Полазећи од граничних услова, одредити изразе за комплексне коефицијенте рефлексије и трансмисије таласа на раздвојној површи вакуума и диелектрика. Одредити (б) израз за ефективну вредност електромоторне силе индуковане у контури (у функцији растојања d) и (в) на основу тог израза, све могуће вредности $d > 0$ за које је ефективна вредност електромоторне силе индуковане у контури максимална.



2. Примопредајни антенски систем чине два полуталасна дипола, у вакууму, чији су центри на растојању $r = 850 \text{ m}$. Предајни дипол 1 лежи у xu -равни Декартовог координатног система и са y -осом заклапа угао $\theta_1 = 55^\circ$. Пријемни дипол 2 лежи у yz -равни Декартовог координатног система и са z -осом заклапа угао $\theta_2 = 30^\circ$, као на слици (осе y и y' су паралелне, као и осе x и x'). Дипол 1 напаја се простопериодичном струјом учестаности $f = 2,8 \text{ GHz}$ и ефективне вредности $I = 0,45 \text{ A}$. (а) Усвојити референтни смер и почетни фазни став струје дипола 1 и одредити израз за комплексни вектор јачине електричног поља које дипол 1 ствара у центру дипола 2 (тачки O'), $\underline{E}_1$. (б) Усвојити референтни смер емс индуковане у диполу 2 и одредити израз за карактеристичну функцију зрачења (реч је о вектору) дипола 2 у смеру дипола 1, $\mathbf{F}_2$. (в) Одредити израз за ефективну вредност електромоторне силе индуковане у диполу 2 и израчунати је. (г) Израчунати средњу снагу коју пријемни дипол предаје прилагођеном пријемнику. Сматрати да су диполи без губитака.



Напомена: у сферном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (A_r r^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),
ОДРЖАНОГ 31. ЈУЛА 2026. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

$$1. -\int_V \underline{\mathbf{J}}_i^* \cdot \underline{\mathbf{E}} \, dv = \int_V \sigma |\underline{\mathbf{E}}|^2 \, dv + j\omega \int_V (\mu_0 \underline{\mu}_r |\underline{\mathbf{H}}|^2 - \epsilon_0 \underline{\epsilon}_r^* |\underline{\mathbf{E}}|^2) \, dv + \oint_S (\underline{\mathbf{E}} \times \underline{\mathbf{H}}^*) \cdot d\mathbf{S}$$

$$2. \underline{\rho} = j \frac{J_{s0}}{\omega a} \frac{\cos(2\theta)}{\sin(\theta)}.$$

$$3. \underline{\mathbf{E}} = \frac{\sqrt{2}E_0}{2} (\mathbf{i}_x - j\mathbf{i}_z) e^{-j\beta y}, \quad \beta = 2\pi f \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}.$$

$$4. P_{\max} = \pi \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sqrt{\epsilon_r} a^2 E_{\text{кр}}^2 \ln \frac{b}{a}.$$

5. Снага опадне 4,853 пута (односно за 6,86 dB).

$$6. P_{\text{пр}} = 2 \, \mu\text{W}.$$

ЗАДАЦИ

$$1. (a) \underline{R} = -\frac{\sqrt{\epsilon_r}-1}{\sqrt{\epsilon_r}+1}, \quad \underline{T} = \frac{2}{\sqrt{\epsilon_r}+1}. \quad (b) e_{\text{ind}} = 2\pi f \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} S E \left| 1 + \frac{\sqrt{\epsilon_r}-1}{\sqrt{\epsilon_r}+1} e^{-j2\beta_0 d} \right|, \quad \beta_0 = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0},$$

$$\left| 1 + \frac{\sqrt{\epsilon_r}-1}{\sqrt{\epsilon_r}+1} e^{-j2\beta_0 d} \right| = \sqrt{\left(1 + \frac{\sqrt{\epsilon_r}-1}{\sqrt{\epsilon_r}+1} \cos(2\beta_0 d) \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{\epsilon_r}-1}{\sqrt{\epsilon_r}+1} \sin(2\beta_0 d) \right)^2}. \quad (b) d_k = k \frac{\pi}{\beta_0}, \quad k=1,2,\dots$$

$$2. (a) \underline{\mathbf{E}}_1 = j \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} I \frac{e^{-j2\pi f \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} r}}{r} (\sin \theta_1 \mathbf{i}_x - \cos \theta_1 \mathbf{i}_y), \text{ за референтни смер струје од индекса 1 и почетни фазни став струје}$$

нула. (б) $\underline{\mathbf{F}}_2 = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta_2\right)}{\sin \theta_2} \mathbf{i}_y$, за референтни смер емс од индекса 2. (в) $e_{2\text{ind}} = \frac{1}{2\pi^2 \epsilon_0} \frac{I}{f r} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta_2\right)}{\sin \theta_2} \cos \theta_1 = 259,37 \, \mu\text{V}.$

$$(г) P_2 = \frac{e_{2\text{ind}}^2}{4R_{\text{г2}}} = \frac{\epsilon_2^2}{4(73 \, \Omega)} = 0,23 \, \text{nW}.$$

Са предмета Електромагнетика