

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОЕ)

19. јун 2010.

**Напомене.** Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ					
Индекс година/број		Презиме и име										
/							ИСПИТ					
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	

## ПИТАЊА

1. Врло дугачак коаксијални вод, унутрашњег полупречника  $a$  и спољашњег полупречника  $b$ , испуњен је ваздухом. (а) Полазећи од диференцијалних једначина за електростатичко поље и везе између електростатичког потенцијала и електричног поља, извести диференцијалну једначину коју задовољава електростатички потенцијал у воду. (б) Решавањем претходно изведене диференцијалне једначине, одредити електростатички потенцијал у попречном пресеку вода, уколико је познато  $V(a) = V$  и  $V(b) = 0$ .

(а)	(б)
-----	-----

2. У свим тачкама тела од феромагнетског материјала, запремине  $v$ , ограниченог затвореном површи  $S$ , познат је вектор магнетизације ( $\mathbf{M}$ ). Околна средина је вакуум, а у систему нема кондукционих струја. Написати изразе за (а) Амперове струје тела и (б) вектор магнетске индукције у произвољној тачки простора.

3. Да ли се електромагнетско поље, које ствара простопериодична струја учестаности  $f = 1\text{GHz}$ , може сматрати споропроменљивим у непосредној околини цилиндричног проводника полупречника  $a = 0,1\text{mm}$  и дужине  $l = 10\text{cm}$ ? Око проводника је ваздух. Образложити одговор.

4. Написати потпуни систем Максвелових једначина у диференцијалном облику за брзопроменљиво поље уколико је средина нелинеарна и у њој нема побудних струја и побудног поља.

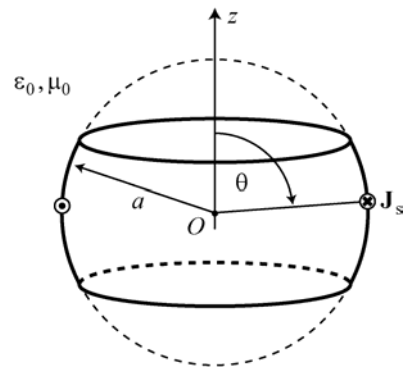
5. Карактеристична импеданса вода са два проводника је  $Z_c = 50 \Omega$ . Проводници вода су направљени од савршеног проводника ( $\sigma_p \rightarrow \infty$ ). Диелектрик вода је хомоген, релативне пермитивности  $\epsilon_r = 4$  и специфичне проводности  $\sigma_d = 10^{-2} \text{ S/m}$ . Средина је свуда немагнетска. Израчунати (а) подужну капацитивност вода, (б) подужну спољашњу индуктивност вода, (в) подужну проводност вода и (г) подужну отпорност вода.

(а)	(б)	(в)	(г)

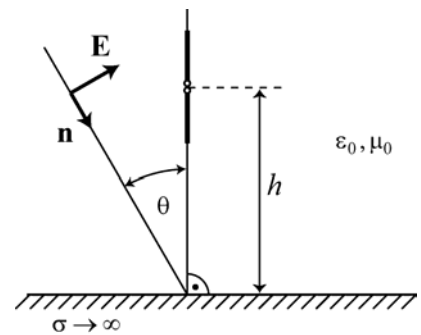
6. Израчунати однос дужине Херцовог дипола и таласне дужине на радној учестаности, тако да отпорност зрачења дипола буде  $R_z = 5 \Omega$ .

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје брзопроменљиве простопериодичне струје само по површи дела сфере, која је приказана на слици. Полупречник сфере је  $a$ , а део на коме постоје струје дефинисан је сферним координатама  $\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{2\pi}{3}$  и  $-\pi < \phi \leq \pi$ . Површинска густина струје је позната и дата је изразом  $\mathbf{J}_s(\theta, t) = J_{s0} \sqrt{2} \sin\theta \cos\omega t \mathbf{i}_\phi$ . Одредити изразе за: (а) комплексни вектор површинских струја, (б) комплексни магнетски вектор-потенцијал у тачки  $O$  и (в) комплексни вектор магнетске индукције у тачки  $O$ .



2. На место пријема стиже раван униформан линијски поларизован TEM талас, учестаности  $f = 3 \text{ GHz}$ , под углом  $\theta = \frac{\pi}{6}$  у односу на вертикалу, као на слици. Ефективна вредност електричног поља овог таласа је  $E = 2 \text{ mV/m}$ , а вектор  $\mathbf{E}$  лежи у равни инциденције. Пријемна антена је полуталасни дипол који лежи у равни инциденције. Дипол је постављен вертикално, а центар дипола се налази на висини  $h$  изнад савршено проводне равни. Израчунати: (а) све могуће висине  $h$  тако да емс индукована у антени буде максимална и (б) ефективну вредност максималне индуковане емс.



**Напомена:** лапласијан у цилиндричном координатном систему гласи  $\Delta f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$ .

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОЕ),  
ОДРЖАНОГ 19. ЈУНА 2010. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (а)  $\Delta V = 0$ . (б)  $V(r) = V \frac{\ln(r/b)}{\ln(a/b)}$ ,  $a \leq r \leq b$ .

2. (а)  $\mathbf{J}_A = \text{rot } \mathbf{M}$ ,  $\mathbf{J}_{sA} = \mathbf{M} \times \mathbf{n}$ . (б)  $\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\text{rot } \mathbf{M}}{r^2} \times \mathbf{r}_0 \, dv + \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_S \frac{\mathbf{M} \times \mathbf{n}}{r^2} \times \mathbf{r}_0 \, dS$ , где је  $v$  запремина домена,  $S$  површина која ограничава домен,  $\mathbf{n}$  спољашња нормала на  $S$ ,  $r$  одстојање од посматраног струјног елемента до тачке у којој се рачуна  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{r}_0$  јединични вектор од струјног елемента ка тачки у којој се рачуна  $\mathbf{B}$ .

3.  $\beta l = \frac{2\pi}{3}$ , те се електромагнетско поље не може сматрати споропроменљивим.

4.  $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ ,  $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ ,  $\text{div } \mathbf{D} = \rho$ ,  $\text{div } \mathbf{B} = 0$ ,  $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{E})$ ,  $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{H})$  и  $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E})$ .

5. (а)  $C' = \frac{1}{cZ_c} \approx 133,33 \text{ pF/m}$ , (б)  $L' = \frac{1}{c^2 C'} \approx 333,33 \text{ nH/m}$ , (в)  $G' = \frac{\sigma_d}{\varepsilon} C' \approx 37,6 \text{ mS/m}$  и (г)  $R' = 0$ .

6.  $\frac{l}{\lambda} = \frac{1}{4\pi}$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (а)  $\mathbf{J}_s = J_{s0} \sin \theta \mathbf{i}_\phi$ . (б)  $\mathbf{A} = 0$ . (в)  $\mathbf{B} = \frac{11\mu_0 J_{s0}}{24} (1 + j\beta a) e^{-j\beta a} \mathbf{i}_z$ , где је  $\beta = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ .

2. (а)  $\varepsilon = \frac{\lambda}{\pi} EF \left| 1 + e^{-j\beta 2h \cos \theta} \right|$ , где је  $F = 2 \cos \frac{\pi \sqrt{3}}{4} \approx 0,418$ , те је  $h = \frac{\lambda}{2 \cos \theta} k = \frac{\sqrt{3}}{3} 10^{-1} \cdot k \text{ [m]}$ ,  $k \in N$ .

(б)  $\varepsilon_{\max} = 2 \frac{\lambda}{\pi} EF \approx 53,2 \text{ } \mu\text{V}$ .