

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОС, ИР)

23. септембар 2010.

**Напомене.** Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ					
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

**1.** Веома дугачак цилиндар, полупречника  $a$ , постављен је у Декатров координатни систем тако да оса цилиндра лежи на  $z$ -оси. У цилиндру постоји стационарна запреминска струја константне густине  $\mathbf{J} = J_0 \mathbf{i}_z$ . Цилиндар је испуњен линеарним материјалом пермитивности  $\epsilon_0$  и специфичне проводности  $\sigma = \sigma_0 |z|/a$ , где је  $\sigma_0$  константа. Одредити укупно наелектрисање у делу цилиндра ограниченом базисима  $z = a$  и  $z = 2a$ .

**2.** Магнетски вектор потенцијал сталног магнетског поља, у Декартовом координатном систему, дат је изразом  $\mathbf{A}(x, y, z) = \frac{A_0}{a^2} xy \mathbf{i}_z$ , у домену  $-a \leq x, y, z \leq a$ , где су  $A_0$  и  $a$  позитивне константне величине. Средина је вакуум. Одредити израз за: (а) густину запреминских струја и (б) вектор магнетске индукције.

(а)	(б)
-----	-----

**3.** Израчунати минимални и максимални интензитет простопериодичног вектора датог комплексним изразом  $\underline{\mathbf{A}} = 2\mathbf{i}_x + j2\mathbf{i}_y + (2 + j)\mathbf{i}_z$ .

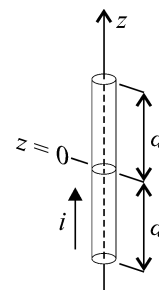
**4.** Израчунати растојање које простопериодичан ТЕМ талас, учестаности  $f = 10\text{MHz}$ , треба да пређе кроз коаксијални кабл, полупречника проводника  $a = 1\text{mm}$  и  $b = 2,5\text{mm}$ , да би му се ефективна вредност електричног поља двоструко смањила. Проводници коаксијалног кабла су начињени од немагнетског материјала специфичне проводности  $\sigma = 64\text{MS/m}$  и пермитивности  $\epsilon_0$ , а диелектрик коаксијалног кабла је немагнетски материјал релативне пермитивности  $\epsilon_r = 2,25$  и занемарљивих губитака.

5. Примопредајни антенски систем чине два идентична полуталасна дипола у слободном простору. Диполи су на међусобном растојању  $r = 1 \text{ km}$  и оријентисани су тако да се између њих може пренети максимална могућа снага. Ако се предајни дипол напаја из генератора простопериодичне електромоторне силе учестаности  $f = 300 \text{ MHz}$ , средњом снагом  $P_0 = 100 \text{ W}$ , израчунати средњу снагу коју пријемни дипол предаје прилагођеном пријемнику. Сматрати да су диполи без губитака.

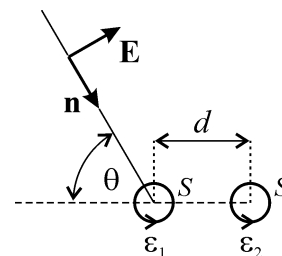
6. Раван униформан простопериодичан TEM талас, учестаности  $f = 1 \text{ GHz}$ , наилази из савршеног немагнетског диелектрика релативне пермитивности  $\epsilon_{r1} = 2,4$  нормално на развојну површ са савршеним немагнетским диелектриком релативне пермитивности  $\epsilon_{r2} = 4$ . Израчунати однос максималне и минималне ефективне вредности резултантног електричног поља у диелектрику пермитивности  $\epsilon_{r1}$ .

### ЗАДАЦИ

1. У танком правом проводнику дужине  $2a$  постоји простопериодична струја високе кружне учестаности  $\omega$ . Интензитет струје је, у односу на координатни систем приказан на слици ( $z$ -оса је оса проводника, а координатни почетак је на средини проводника), дат изразом  $i(z,t) = \sqrt{2}I_0 \frac{a-z}{a} \cos(\omega t - z\omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0})$ , где је  $I_0$  константа и  $|z| \leq a$ . Одредити комплексни магнетски вектор-потенцијал на  $z$ -оси, за  $z > a$ , сматрајући да је струја расподељена дуж осе проводника.



2. На две усамљене копланарне кружне жичане контуре у ваздуху наилази раван униформан простопериодичан TEM талас, под углом  $\theta = 60^\circ$  у односу на праву која спаја центре контура. Контуре су једнаких површина  $S = 1 \text{ cm}^2$ , а њихови су центри на међусобном растојању  $d = 0,25 \text{ m}$ . Орт простирања  $\mathbf{n}$  и вектор јачине електричног поља  $\mathbf{E}$  таласа леже у равни контура. Ефективна вредност електромоторне силе индуковане у првој контури је  $\epsilon_1 = 0,5 \text{ mV}$ , а ова електромоторна сила, у односу на референтне смерове приказане на слици, фазно предњачи електромоторној сили  $\epsilon_2$ , индукованој у другој контури, за  $\pi/4$ . Израчунати учестаност и ефективну вредност вектора јачине електричног поља овог таласа.

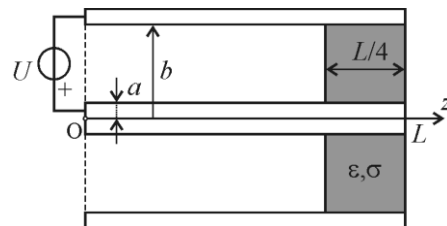


## Додатак из првог дела градива

- ОС, ИР -

### Задаци

\*3. На слици је приказан уздужни пресек правога коаксијалног кабла, дужине  $L$ , чији су проводници савршени, полупречника  $a$  и  $b$  ( $L \gg a, b$ ). Завршна четвртина кабла испуњена је линеарним хомогеним диелектриком пермитивности  $\epsilon$  и специфичне проводности  $\sigma$ , а у остатку кабла је ваздух. Кабл је на крају испуњеним диелектриком отворен, а на другом крају прикључен на генератор временски константног напона  $U$ . Одредити (а) јачину струје у проводницима кабла,  $I(z)$ , и (б) проводност кабла.



### Питања

\*7. Линеарни хомогени савршени диелектрик, релативне пермитивности  $\epsilon_r = 3$ , равномерно је наелектрисан по својој запремини. У једној тачки диелектрика интензитет вектора јачине електричног поља је  $E = 1 \text{ V/m}$ . Израчунати, у тој тачки, интензитет вектора јачине електричног поља који потиче само од: (а) слободног наелектрисања диелектрика и (б) везаног наелектрисања диелектрика.

(а)	(б)
-----	-----

\*8. За сваку тачку раздвојне површи две линеарне средине, пермеабилности  $\mu_1$  и  $\mu_2$ , познати су вектори магнетске индукције у обе средине непосредно уз раздвојну површ ( $\mathbf{B}_1$  и  $\mathbf{B}_2$ ). Одредити израз за вектор густине кондукционих површинских струја у свакој тачки раздвојне површи. (Приложити цртеж и на њему означити све величине које се јављају у овом изразу.)

--

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОС, ИР),  
ОДРЖАНОГ 23. СЕПТЕМБРА 2010. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1.  $Q = -\frac{\pi\epsilon_0 J a^2}{2\sigma_0}$ .

2. (a)  $\mathbf{J} = 0$ . (б)  $\mathbf{B} = \frac{A_0}{a^2}(x\mathbf{i}_x - y\mathbf{i}_y)$ .

3.  $A_{\min} = 2\sqrt{2}$ ,  $A_{\max} = 3\sqrt{2}$ .

4.  $d = 290,34 \text{ m}$ .

5.  $P = 1,7 \mu\text{W}$ .

6.  $\frac{E_{\max}}{E_{\min}} \approx 1,29$ .

\*7. (a)  $E_s = \epsilon_r E = 3 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ . (б)  $E_p = |1 - \epsilon_r| E = 2 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ .

\*8.  $\mathbf{J}_s = \mathbf{n} \times \left( \frac{\mathbf{B}_1}{\mu_1} - \frac{\mathbf{B}_2}{\mu_2} \right)$ ,  $\mathbf{n}$  је јединични вектор нормалан на раздвојну површ и усмерен ка средини 1.

**ЗАДАЦИ**

1.  $\underline{\mathbf{A}} = \frac{\mu_0 I_0 e^{-j\beta z}}{4\pi} \left( \left( 1 - \frac{z}{a} \right) \ln \frac{z+a}{z-a} + 2 \right) \mathbf{i}_z$ ,  $\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ .

2.  $f = 300 \text{ MHz}$ ,  $E = 0,796 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ .

\*3. (a)  $I(z) = \begin{cases} \frac{2\pi\sigma L}{\ln \frac{b}{a}} \frac{U}{4}, & 0 \leq z \leq \frac{3L}{4} \\ \frac{2\pi\sigma}{\ln \frac{b}{a}} (L-z)U, & \frac{3L}{4} \leq z \leq L \end{cases}$ . (б)  $G = \frac{\pi\sigma L}{2 \ln \frac{b}{a}}$ .