

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

3. фебруар 2011.

Напомене. Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ					
Индекс година/број		Презиме и име										
/							ИСПИТ					
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА		
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно	

ПИТАЊА

1. Три проводна тела, коначних димензија, наелектрисана су наелектрисињима $Q_1 = 1 \text{ nC}$, $Q_2 = 2 \text{ nC}$ и $Q_3 = 5 \text{ nC}$, а потенцијали ових тела у односу на референтну тачку у бесконачности су $V_1 = 10 \text{ V}$, $V_2 = 5 \text{ V}$ и $V_3 = 2 \text{ V}$, редом. Израчунати укупну електростатичку енергију овог система.

2. У танком бесконачно дугачком праволинијском проводнику постоји стална струја I . Околна средина је вакуум. Ако је \mathbf{A} магнетски вектор-потенцијал, чему је једнак $\text{rot } \mathbf{A}$ у произвољној тачки простора ван проводника? Образложити одговор.

3. У веома дугом и танком цилиндричном проводнику, константне специфичне проводности σ , дужине d и површине попречног пресека S ($S \ll d^2$), постоји хомогено споропроменљиво индуковано електрично поље, интензитета $E_{\text{ind}}(t)$, чији вектор је паралелан оси цилиндра, као на слици. На крајеве цилиндричног проводника прикључен је волтметар, унутрашње отпорности R_V , који мери разлику електричних скалар-потенцијала на својим крајевима. Одредити показивање волтметра.

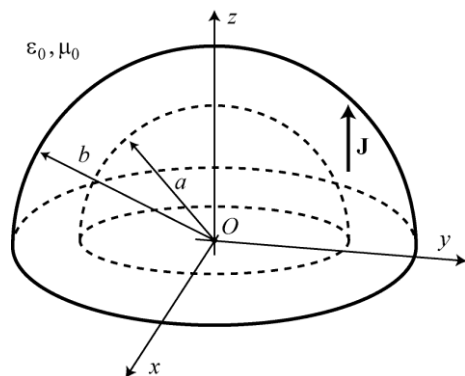
4. Полазећи од израза за запреминску густину снаге генератора у облику побудних струја у комплексном домену извести израз за Поинтингову теорему у комплексном домену.

5. Полазећи од диференцијалних једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму извести таласну једначину за електрично поље.

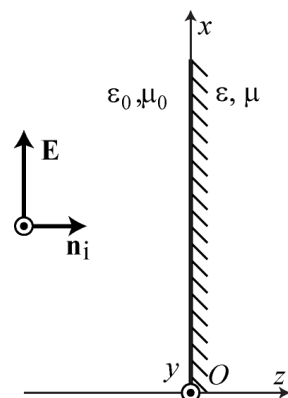
6. У добром немагнетском проводнику, специфичне проводности $\sigma = 6,4 \text{ MS/m}$ и релативне пермитивности $\epsilon_r = 1$, простире се раван униформан простопериодичан TEM талас учестаности $f = 4 \text{ MHz}$. Посматрају се две равни које су управне на правац простирања таласа и на међусобном растојању $d = 0,2 \text{ mm}$. Смер простирања таласа је од равни 1 ка равни 2. Израчунати количник амплитуда (E_2/E_1) и разлику фаза ($\Phi_2 - \Phi_1$) електричног поља таласа у ове две равни.

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје брзопроменљиве простопериодичне запреминске струје, комплексне густине $\underline{\mathbf{J}}$ и кружне учестаности ω , само у домену ограниченом затвореном површи коју чине две полусфере, полупречника a и b ($a < b$), и раван кружни прстен, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b , као на слици. Вектор $\underline{\mathbf{J}}$ је константан и управан је на кружни прстен који лежи у Oxy равни Декартовог координатног система. (а) Полазећи од интегралног израза за магнетски вектор-потенцијал запреминских струја у комплексном облику, одредити магнетски вектор-потенцијал у координатном почетку (тачка O). (б) Полазећи од интегралног израза за магнетску индукцију запреминских струја у комплексном облику, одредити магнетску индукцију у координатном почетку (тачка O).



2. Раван униформан линијски поларизован простопериодичан TEM талас ефективне вредности електричног поља $E = 1 \text{ V/m}$ и учестаности $f = 300 \text{ MHz}$ наилази управно на раздвојну површ ваздуха и савршеног хомогеног диелектрика релативне пермитивности $\epsilon_r = 9$ и релативне пермеабилности $\mu_r = 1$. Талас наилази из ваздуха, као на слици. (а) Извести израз за коефицијент рефлексије и израчунати његову бројну вредност. (б) Одредити израз за ефективну вредност резултантног електричног поља у ваздуху. (в) Израчунати количник највеће и најмање ефективне вредности резултантног електричног поља у ваздуху. (г) Где у ваздуху треба поставити и како треба оријентисати електрички малу контуру да би ефективна вредност електромоторне силе индуковане у њој била највећа? Израчунати ту ефективну вредност ако је површина контуре $S = 30 \text{ cm}^2$.



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),
ОДРЖАНОГ 3. ФЕБРУАРА 2011. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. $W_e = \frac{1}{2} Q_1 V_1 + \frac{1}{2} Q_2 V_2 + \frac{1}{2} Q_3 V_3 = 15 \text{ nJ}.$

2. $\text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \mathbf{i}_\phi,$ у цилиндричном координатном систему у којем је референтни смер струје у смеру $+z$ -осе.

3. $U(t) = \frac{R_V}{R_V + \frac{d}{\sigma S}} E_{\text{ind}}(t) d.$

4. $-\int_V \mathbf{J}_i^* \cdot \mathbf{E} dv = \int_V \sigma E^2 dv + j\omega \int_V (\mu H^2 - \epsilon^* E^2) dv + \int_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{S}.$ Погледати параграф 2.5.1 из књиге *Електромагнетика* Бранка Поповића.

5. $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \text{ rot } \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \text{ div } \mathbf{E} = 0, \text{ div } \mathbf{H} = 0,$

$\text{rot}(\text{rot } \mathbf{E}) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}(\text{rot } \mathbf{H}) \Rightarrow \text{grad}(\text{div } \mathbf{E}) - \Delta \mathbf{E} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \Rightarrow \Delta \mathbf{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0.$

6. $\frac{E_2}{E_1} \approx 0,134, \Phi_2 - \Phi_1 = -0,64\pi.$

ЗАДАЦИ

1. а) $\underline{\mathbf{A}} = \frac{1}{2} \mu_0 \mathbf{J} \left(\frac{e^{-j\beta b}}{\beta^2} (1 + j\beta b) - \frac{e^{-j\beta a}}{\beta^2} (1 + j\beta a) \right).$ (б) $\underline{\mathbf{B}} = 0.$

2. (а) $R = \frac{1 - \sqrt{\epsilon_r}}{1 + \sqrt{\epsilon_r}} = -\frac{1}{2}.$ (б) $E_{\text{rez}}(z) = E |e^{-j\beta z} + R e^{+j\beta z}| = E \sqrt{(1-R)^2 + 4R \cos^2(\beta z)}.$ (в) $\frac{E_{\text{max}}}{E_{\text{min}}} = \frac{1+|R|}{1-|R|} = 3.$

(г) Контура треба да лежи у Oxz равни, на растојању $d_k = k \frac{\lambda}{2}, k = 1, 2, \dots$ од раздвојне површи. Ефективна вредност индуковане емс је $e_{\text{ind}} = \frac{3\pi ES}{\lambda} = 9\pi \text{ mV} \approx 28,3 \text{ mV}.$