

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

9. јануар 2014.

**Напомене.** Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно

## ПИТАЊА

**1.** Полазећи од основних једначина стационарног струјног поља, извести услове које је потребно да задовољавају специфичне проводности и пермитивности две линеарне средине, да на њиховој раздвојној површи не би било слободних наелектрисања.

**2.** (а) Полазећи од диференцијалних једначина које описују стационарно магнетско поље у линеарној хомогеној средини пермеабилности  $\mu$  и везе између вектора магнетске индукције,  $\mathbf{B}$ , и магнетског вектор-потенцијала,  $\mathbf{A}$ , извести диференцијалну једначину коју задовољава магнетски вектор-потенцијал. У свакој тачки простора је позната густина запреминских струја,  $\mathbf{J}$ . (б) Како гласи решење ове једначине?

(а)	(б)
-----	-----

**3.** Раван униформан простопериодичан линијски поларизован ТЕМ талас простира се кроз линеарну хомогену средину коефицијента слабљења  $\alpha$ . Одредити количник комплексних представника Поинтинговог вектора у две равни нормалне на правац простирања таласа. Равни су на растојању  $d$ , а смер простирања таласа је од равни 1 ка равни 2.

4. Диелектрик коаксијалног вода је ваздух. Карактеристична импеданса вода је  $Z_c$ . Одредити подужну капацитивност вода.

--

5. За простопериодичан вектор чији је комплексни представник дат изразом  $\underline{\mathbf{A}} = (2\mathbf{i}_x + 2\mathbf{i}_z) + j(\mathbf{i}_x - \mathbf{i}_y - \mathbf{i}_z)$  израчунати (а) минимални интензитет, (б) максимални интензитет и (в) ефективну вредност.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

6. Полазећи од дефиниционог израза за усмереност антене, извести израз за рачунање ове величине преко карактеристичне функције зрачења и отпорности зрачења.

--

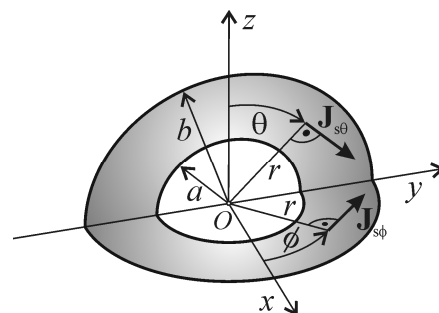
### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја високе кружне учестаности  $\omega$  само по површи у облику два полукружна прстена, полупречника  $a$  и  $b$ , спојена под правим углом као на слици. Вектор густине површинске струје у  $Oxy$  равни дат је

изразом  $\mathbf{J}_{s\phi}(r, \phi, t) = \sqrt{2}J_{s0} \frac{r}{a} \cos\phi \cos(\omega t + r\omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}) \mathbf{i}_\phi$ , а у  $Oyz$  равни изразом

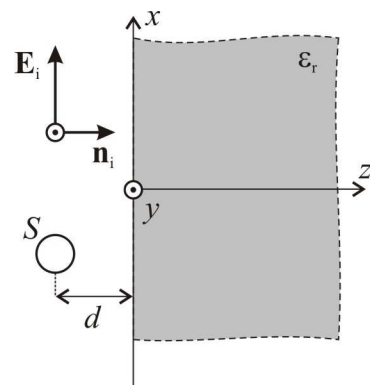
$\mathbf{J}_{s\theta}(r, \theta, t) = \sqrt{2}J_{s0} \frac{r}{b} \cos\theta \cos(\omega t + \pi + r\omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}) \mathbf{i}_\theta$ , где је  $J_{s0}$  константа,  $a \leq r \leq b$  и

$-\pi/2 \leq \phi, \theta \leq \pi/2$ . Одредити комплексне представнике: (а) густине површинских наелектрисања прстенова, и (б) магнетског вектор-потенцијала у координатном почетку (тачки  $O$ ).



2. Инцидентни линијски поларизован TEM талас, непознате ефективне вредности електричног поља  $E$  и учестаности  $f = 500 \text{ MHz}$ , наилази из вакуума нормално на бесконачну равну раздвојну површ са савршеним хомогеним немагнетским диелектриком, релативне пермитивности  $\epsilon_r = 4$ . У вакууму је постављена танка жичана контура површине  $S = 2 \text{ cm}^2$ . Површ контуре нормална је на вектор јачине магнетског поља инцидентног таласа, а центар контуре је на растојању  $d = 0,2 \text{ m}$  од раздвојне површи, као на слици. Услед резултантног поља, у контури постоји индукована електромоторна сила ефективне вредности  $e_{\text{ind}} = 5,54 \text{ mV}$

(а) Израчунати ефективну вредност електричног поља инцидентног таласа,  $E$ .  
 (б) Одредити комплексне представнике резултантних вектора јачине електричног и магнетског поља у вакууму и диелектрику.



**Напомена:** у цилиндричном координатном систему је

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}.$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),  
ОДРЖАНОГ 9. ЈАНУАРА 2014. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1.  $\frac{\sigma_1}{\epsilon_1} = \frac{\sigma_2}{\epsilon_2}$ .
2. (а)  $\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$ . (б)  $\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\mathbf{J} dv}{r}$ .
3.  $\frac{P_2}{P_1} = e^{-2\alpha d}$ .
4.  $C' = \frac{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}{Z_c}$ .
5. (а)  $A_{\min} = \sqrt{6}$ , (б)  $A_{\max} = 4$ , (в)  $A_{\text{eff}} = \sqrt{11}$ .
6.  $D = \frac{4\pi I_{zr}}{P_{zr}} \Rightarrow \dots = \frac{Z_0 F^2}{\pi R_{zr}}$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (а)  $\rho_{-\phi} = -j \frac{J_{s0}}{\omega a} \sin \phi e^{j\beta r}$ ,  $\rho_{s\theta} = j \frac{J_{s0}}{\omega b} \sin \theta e^{j\beta r}$ ,  $\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ , (б)  $\underline{\mathbf{A}} = \frac{\mu_0 J_{s0}}{16} (b^2 - a^2) \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \mathbf{i}_y$ .
2. (а)  $E \approx 3 \frac{V}{m}$ . (б)  $\underline{\mathbf{E}}_0 = E e^{-j\beta_0 z} (1 + R e^{j2\beta_0 z}) \mathbf{i}_x$ ,  $\underline{\mathbf{H}}_0 = \frac{E}{Z_0} e^{-j\beta_0 z} (1 - R e^{j2\beta_0 z}) \mathbf{i}_y$ ,  $\underline{\mathbf{E}} = E T e^{-j\beta z} \mathbf{i}_x$ ,  $\underline{\mathbf{H}} = \frac{E}{Z} T e^{-j\beta z} \mathbf{i}_y$ ,  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ ,  
 $Z = \frac{Z_0}{2}$ ,  $\beta_0 = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ ,  $\beta = 2\beta_0$ ,  $R = -\frac{1}{3}$ ,  $T = \frac{2}{3}$ .

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 16. ЈАНУАРА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 16. ЈАНУАРА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика