

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

20. јун 2014.

**Напомене.** Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно

## ПИТАЊА

1. Електростатички потенцијал у сферном координатном систему дат је изразом  $V = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ , где је  $p$  константа.

Одредити израз за вектор јачине електричног поља који одговара овом потенцијалу.

2. (а) Написати потпуни систем диференцијалних једначина које задовољава стационарно струјно поље. (б) Да ли је, у линеарној хомогеној средини параметара  $\epsilon_0, \mu_0, \sigma$ , могуће остварити стационарно струјно поље чији је вектор густине струје у цилиндричном координатном систему дат изразом  $\mathbf{J} = J_0 \mathbf{i}_\phi$ , где је  $J_0$  реална константа? Образложити одговор.

(а)	(б)
-----	-----

3. Да би се соба заштитила од електричног поља потребно је да се оклопи бакарним плочама дебљине бар пет дубина продирања. Колика је минимална потребна дебљина бакра да би оклапање било ефикасно у опсегу учестаности између 10 kHz и 1 GHz ?

4. Полазећи од Максвелових једначина у диференцијалном временском облику за брзопорменљиво поље у вакууму, извести једначину континуитета у диференцијалном облику.

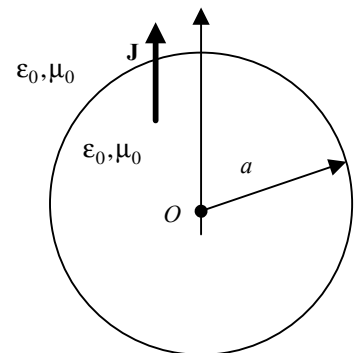
5. За простопериодичан вектор електричног поља, кружне учестаности  $\omega$ , чији је комплексни представник дат изразом  $\underline{\mathbf{E}} = 2\mathbf{i}_x + j\mathbf{i}_y + (1-j)\mathbf{i}_z \frac{\mu V}{m}$ , израчунати (а) тренутни вектор. (б) Како је поларизован овај вектор? Одговор образложити.

(а)	(б)
-----	-----

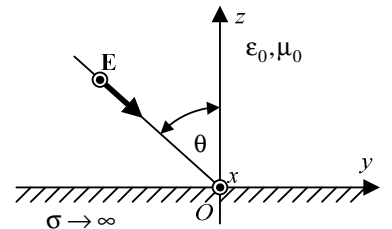
6. Полазећи од израза за комплексни коефицијент простирања униформног простопериодичног ТЕМ таласа, у средини параметара  $\epsilon$ ,  $\mu$  и  $\sigma$ , извести упрошћени израз за коефицијент слабљења и фазни коефицијент у добром диелектрику, на учестаности  $f$ .

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму, унутар сфере полупречника  $a$ , постоје простопериодичне струје високе кружне учестаности  $\omega$  и комплексне густине  $\underline{\mathbf{J}} = J\mathbf{i}_z$ , где је  $J$  комплексна константа. Одредити комплексне изразе за: (а) расподелу запреминских и површинских наелектрисања сфере, (б) електрични скалар-потенцијал у центру сфере, и (в) магнетски вектор-потенцијал у центру сфере (тачка  $O$  на слици).



2. Раван униформан простопериодичан нормално поларизован ТЕМ талас ефективне вредности електричног поља  $E$  и кружне учестаности  $\omega$ , наилази из вакуума, под углом  $\theta$  у односу на нормалу, на савршено проводну равну, као на слици. Одредити (а) резултантно комплексно магнетско поље изнад равни, (б) на коју висину би требало поставити малу равну контуру, паралелну  $Ox$  равни, тако да је индукована емс у њој максимална, и (в) израз за ефективну вредност максималне емс индуковане у контури описаној у претходној тачки, уколико је позната површина равне површи ослоњене на контуру,  $S$ .



### Напомена

У цилиндричном координатном систему је  $\text{rot } \mathbf{A} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \mathbf{i}_r + \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \mathbf{i}_\phi + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (A_\phi r) - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right) \mathbf{i}_z$ .

У сферном координатном систему је  $\text{grad } f = \frac{\partial f}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \mathbf{i}_\phi$  и

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (A_r r^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}.$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),  
ОДРЖАНОГ 20. ЈУНА 2014. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1.  $\mathbf{E} = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2 \cos \theta \mathbf{i}_r + \sin \theta \mathbf{i}_\theta)$ .

2. (a)  $\text{rot } \mathbf{E} = 0$ ,  $\text{div } \mathbf{J} = 0$ ,  $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E})$ . (б) Није могуће остварити овакво поље јер  $\text{rot } \mathbf{E} \neq 0$ .

3.  $d_{\min} \approx 3,36 \text{ mm}$ .

4.  $\text{div } \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$ .

5. (a)  $\mathbf{E} = 2\sqrt{2} \cos(\omega t) \mathbf{i}_x - \sqrt{2} \sin(\omega t) \mathbf{i}_y + 2 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) \mathbf{i}_z \frac{\mu V}{m}$  (б) Вектор је елиптички поларизован (пошто не лежи на правој није линијски поларизован, а интензитет му није временски константан па није поларизован ни кружно; преостаје само елиптичка поларизација).

6.  $\alpha = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ ,  $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu \epsilon}$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $\rho = 0$ ,  $\underline{\rho}_s = -\frac{j}{\omega} J \cos \theta$ , (б)  $\underline{V} = 0$  и (в)  $\underline{\mathbf{A}} = \frac{\mu_0}{\beta^2} \mathbf{J} \left( (1 + j\beta a) e^{-j\beta a} - 1 \right)$ .

2. (a)  $\underline{\mathbf{H}} = -2 \frac{E}{Z_0} e^{-j\beta y \sin \theta} \left( \cos \theta \cos(\beta z \cos \theta) \mathbf{i}_y + j \sin \theta \sin(\beta z \cos \theta) \mathbf{i}_z \right)$ , (б)  $h = \frac{\frac{\pi}{2} + k\pi}{\beta \cos \theta}$ ,  $k \in N_0$  и (в)  $\epsilon_{\text{ind}} = \omega S \mu_0 2 \frac{E}{Z_0} \sin \theta$ .

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 24. ЈУНА У 11:30 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 24. ЈУНА ОД 11:30 ДО 12:00 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика