

КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

5. април 2015.

Напомене. Колоквијум траје 150 минута. Није дозвољено напуштање сале 90 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба само овога папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ					Укупно поена	
Индекс година/број	Презиме и име					
/						
ПИТАЊА				ЗАДАЦИ		
1	2	3	4	1	2	

ПИТАЊА

1. Електростатичко поље зависи само од x -координате Декартовог координатног система као $\mathbf{E}(x) = E_0 e^{-b|x|} \mathbf{i}_x$. Средина је вакуум. Одредити израз за густину запреминског наелектрисања.

2. Полазећи од диференцијалних једначина које описују стационарно струјно поље у линеарној нехомогеној средини, доказати да густина запреминског слободног наелектрисања у таквој средини, у којој постоји струјно поље \mathbf{J} и побудне струје \mathbf{J}_i , у општем случају није једнака нули.

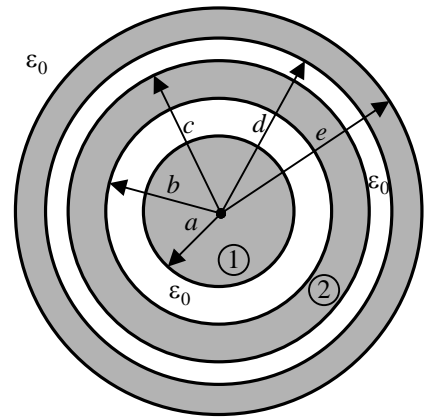
3. Полазећи од диференцијалних једначина за стационарно магнетско поље у вакууму извести диференцијалну једначину коју задовољава магнетског вектор-потенцијала \mathbf{A} , ако је позната расподела вектора густине струје \mathbf{J} .

4. (а) Написати израз за магнетски вектор-потенцијал линијских струја. (б) Написати везу између индукованог електричног поља и магнетског вектор-потенцијала. (в) Полазећи од претходних израза извести израз за вектор индукованог електричног поља линијских струја које се споро мењају у времену.

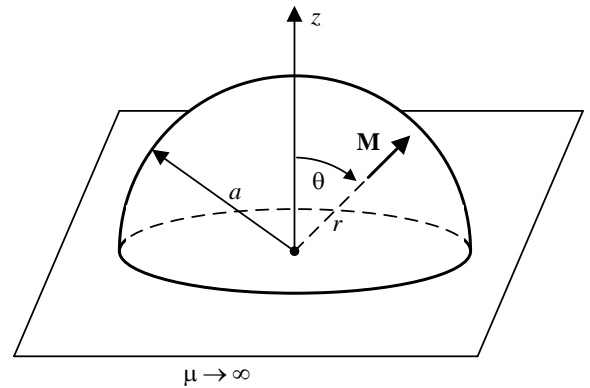
(а)	(б)	(в)

ЗАДАЦИ

1. Око проводне лопте, полупречника $a = 1 \text{ cm}$, концентрично са њом постављене су две проводне љуске, полупречника $b = 3 \text{ cm}$ и $c = 6 \text{ cm}$, односно $d = 9 \text{ cm}$ и $e = 10 \text{ cm}$, као што је приказано на слици. Средина је вакуум. Означавајући лопту са 1, а средишњу љуску са 2, и узимајући спољашњу љуску за референтну израчунати: (а) коефицијенте потенцијала и (б) сопствене и међусобне капацитивности. (в) Уколико је лопта на потенцијалу $V_1 = 0$, а средишња љуска наелектрисана наелектрисањем $Q_2 = 33 \text{ nC}$ израчунати наелектрисање лопте, Q_1 , и потенцијал средишње љуске, V_2 .



2. Полулопта од феромагнетика, полупречника a , налази се у ваздуху и лежи (својом равном површи) на феромагнетској равни. Полулопта је намагнетисана по запремини, а вектор магнетизације је дат изразом $\mathbf{M} = \frac{M_0 r \theta}{\pi a} \mathbf{i}_r$, $0 \leq r \leq a$ и $0 \leq \theta \leq \pi/2$. Одредити (а) расподелу Амперових струја полулопте, (б) вектор магнетске индукције у центру лопте и (в) вектор јачине магнетског поља у центру лопте.



Напомена: израз за ротор у сферном координатном систему гласи

$$\text{rot } \mathbf{A} = \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\phi) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right) \mathbf{i}_r + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \right) \mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \mathbf{i}_\phi.$$

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ
ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ), ОДРЖАНОГ
5. АПРИЛА 2015. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. $\rho(x) = -\varepsilon_0 b E_0 e^{-b|x|} \operatorname{sgn}(x)$.

2. $\rho = \mathbf{J} \cdot \operatorname{grad} \frac{\varepsilon}{\sigma} + \frac{\varepsilon}{\sigma} \operatorname{div} \mathbf{J}_i$.

3. $\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$.

4. (a) $\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_l \frac{i(t) d\mathbf{l}}{r}$. (б) $\mathbf{E}_{\text{ind}} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$. (в) $\mathbf{E}_{\text{ind}} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_l \frac{\partial i(t)}{\partial t} \frac{d\mathbf{l}}{r}$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $a_{11} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{b-a}{ab} + \frac{d-c}{cd} \right) = 65 \cdot 10^{10} \frac{1}{\text{F}}$, $a_{21} = a_{12} = a_{22} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{d-c}{cd} = 50 \cdot 10^9 \frac{1}{\text{F}}$, $[\mathbf{a}] = 50 \cdot 10^9 \begin{bmatrix} 13 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{\text{F}}$,

$[\mathbf{b}] = [\mathbf{a}]^{-1} = 1,7 \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 13 \end{bmatrix} \text{pF}$ и (б) $[\mathbf{c}] = 1,7 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 12 \end{bmatrix} \text{pF}$. (в) $Q_1 = -\frac{a_{12}}{a_{11}} Q_2 = -2,5 \text{ nC}$, $V_2 = 1521 \text{ V}$.

2. (a) $\mathbf{J}_{\text{SA}} = 0$ на полусферној површи, $\mathbf{J}_{\text{SA}} = \frac{M_0 r}{2a} \mathbf{i}_\phi$ на равној површи и $\mathbf{J}_A = -\frac{M_0}{\pi a} \mathbf{i}_\phi$. (б) $\mathbf{B} = \frac{\mu_0 M_0}{4} \mathbf{i}_z$ и (в) $\mathbf{H} = \frac{M_0}{4} \mathbf{i}_z$.

- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 9. АПРИЛА У 16 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 9. АПРИЛА ОД 16:00 ДО 17:00 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика