

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

4. септембар 2015.

**Напомене.** Испит траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табlici. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно

## ПИТАЊА

**1.** Бесконечно дугачка нит, у којој постоји стална струја  $I$ , постављена је, у вакууму, дуж  $z$ -осе цилиндричног координатног система. (а) Написати израз за вектор магнетске индукције ове нити. (б) Полазећи од овог израза показати да важе основне диференцијалне једначине стационарног магнетског поља, у свим тачкама изван нити.

(а)	(б)
-----	-----

**2.** Написати потпуни систем Максвелових једначина у диференцијалном облику у временском домену за случај нехомогене и нелинеарне средине.

**3.** Полазећи од интегралних израза, у комплексном облику, за електрични скалар-потенцијал и магнетски вектор-потенцијал запреминских брзопроменљивих струја у вакууму, комплексног вектора густине  $\mathbf{J}$  и кружне учестаности  $\omega$ , извести израз за одговарајући комплексни вектор јачине електричног поља.

4. Извести израз за комплексни коефицијент простирања  $\underline{\gamma}$  TEM таласа у добром проводнику пермитивности  $\epsilon$ , пермеабилности  $\mu$  и специфичне проводности  $\sigma$ .

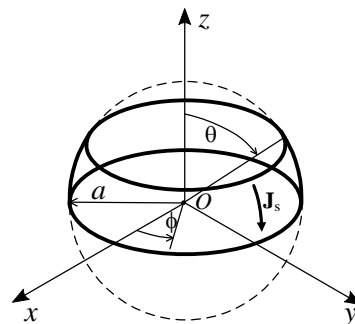
5. Написати, у временском облику, Поинтингову теорему за домен  $v$ , испуњен линеарном хомогеном средином пермитивности  $\epsilon$ , пермеабилности  $\mu$  и специфичне проводности  $\sigma$  и ограничен савршено проводном површи  $S$ . У домену постоје побудне струје познатог вектора густине  $\mathbf{J}_i$ .

6. (а) Написати израз који повезује електрично и магнетско поље равнoг униформног прогресивног електромагнетског таласа у вакууму. (б) Како се рачуна карактеристична импеданса средине и колико она износи за случај вакуума?

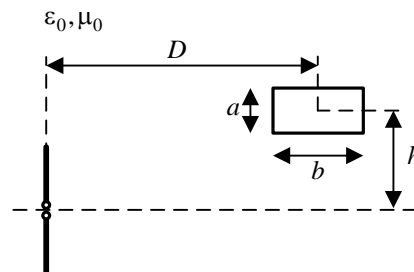
(а)	(б)
-----	-----

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја високе кружне учестаности  $\omega$  само по површи у облику дела сферне љуске, полупречника  $a$ , приказане на слици. Вектор густине површинске струје дат је изразом  $\mathbf{J}_s(r, \theta, \phi, t) = \sqrt{2} J_{s0} \cos(\omega t) \mathbf{i}_\theta$ , где је  $J_{s0}$  константа,  $\pi/3 \leq \theta \leq \pi/2$  и  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ . Одредити комплексни вектор јачине електричног поља који потиче од вишка наелектрисања,  $\underline{\mathbf{E}}_Q$ , у координатном почетку (тачки  $O$ ).



2. Полуталасна дипол антена постављена је у вакууму у равни цртежа и напаја се простопериодичном струјом ефективне вредности  $I = 0,15\text{A}$  и учестаности  $f = 200\text{MHz}$ . На растојању  $D = 150\text{m}$  и висини  $h = 60\text{m}$  у односу на дипол, у равни цртежа, постављена је електрички мала правоугаона контура димензија  $a = 3\text{cm}$  и  $b = 2\text{cm}$ . Израчунати ефективну вредност електромоторне силе индуковане у контури.



**Напомена:** у сферном координатном систему је

$$\text{div} \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}, \text{ a}$$

у цилиндричном координатном систему је

$$\text{div} \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial (A_r r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \text{ и } \text{rot} \mathbf{A} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \mathbf{i}_r + \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \mathbf{i}_\phi + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (A_\phi r) - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right) \mathbf{i}_z.$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),  
ОДРЖАНОГ 4. СЕПТЕМБРА 2015. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (а)  $\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \mathbf{i}_\phi$ . (б)  $\text{rot } \mathbf{B} = 0$  и  $\text{div } \mathbf{B} = 0$ .
2.  $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ ,  $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ ,  $\text{div } \mathbf{D} = \rho$ ,  $\text{div } \mathbf{B} = 0$ ,  $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{E})$ ,  $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{H})$  и  $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E})$ .
3.  $\underline{\mathbf{E}} = -j\omega \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\mathbf{J} e^{-j\beta r}}{r} dv + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_v \frac{j \text{div } \mathbf{J} (1 + j\beta r) e^{-j\beta r}}{r^2} dv \mathbf{r}_0$ .
4.  $\underline{\gamma} = (1 + j) \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}}$ .
5.  $-\int_v \mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E} dv = \int_v \sigma E^2 dv + \int_v \left( \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) dv$ .
6. (а)  $E/H = Z$  (б)  $Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ ,  $Z_0 \approx 120\pi \Omega$ .

**ЗАДАЦИ**

1.  $\underline{\mathbf{E}}_{Q1} = -\frac{jJ_{s0}}{2\omega\epsilon_0 a} (1 + j\beta a) e^{-j\beta a} \left( \frac{\pi}{12} - \frac{\sqrt{3}}{8} \right) \mathbf{i}_z$  (поље површинских наелектрисања),  $\underline{\mathbf{E}}_{Q2} = -\frac{jJ_{s0}\sqrt{3}}{8\omega\epsilon_0 a} (1 + j\beta a) e^{-j\beta a} \mathbf{i}_z$  (поље линијског наелектрисања, горња кружница) и  $\underline{\mathbf{E}}_{Q3} = 0$  (поље линијског наелектрисања, доња кружница). Коначно,  $\underline{\mathbf{E}}_Q = \underline{\mathbf{E}}_{Q1} + \underline{\mathbf{E}}_{Q2} + \underline{\mathbf{E}}_{Q3}$ .
2.  $\epsilon \approx 0,126 \text{ mV}$ .

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 11. СЕПТЕМБРА У 18:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 11. СЕПТЕМБРА ОД 18:00 ДО 18:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика