

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

24. август 2017.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

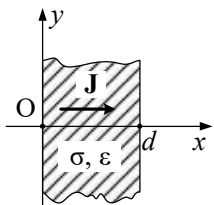
**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

| ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат) |    |               |    |    |    |        | КОЛОКВИЈУМ |    |        |              |       |
|--|----|---------------|----|----|----|--------|------------|----|--------|--------------|-------|
| Индекс година/број                     |    | Презиме и име |    |    |    |        |            |    |        |              |       |
| /                                      |    |               |    |    |    |        | ИСПИТ      |    |        |              |       |
| ПИТАЊА                                 |    |               |    |    |    | ЗАДАЦИ |            |    |        |              |       |
| 1.                                     | 2. | 3.            | 4. | 5. | 6. | Укупно | 1.         | 2. | Укупно | УКУПНО ПОЕНА | ОЦЕНА |
|  |    |               |    |    |    |        |            |    |        |              |       |

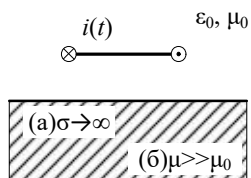
## ПИТАЊА

1. Одредити коефицијенте електростатичке индукције за систем који чине две концентричне, бесконачно танке сферне металне љуске, полупречника  $a$  (љуска 1) и  $b$  (љуска 2), при чему је  $a < b$ . Љуске се налазе у ваздуху. Референтно тело нултог потенцијала је сфера у бесконачности.

2. У бесконачно великој плочи од линеарног диелектрика, дебљине  $d$ , проводности  $\sigma$  и релативне пермитивности  $\epsilon_r = 1 + x^2/d^2$ , постоји стационарна струја. Вектор густине струје је дат изразом  $\mathbf{J} = J_0 \mathbf{i}_x$ , где је  $J_0$  константа. Околна средина је вакуум. Одредити запреминску густину везаних наелектрисања у диелектрику.



3. Илустровати теорему ликова за случај хоризонталне жичане контуре, у којој постоји струја  $i(t)$  и која се налази изнад равног, бесконачно великог (а) савршеног проводника и (б) феромагнетика



|     |     |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

4. (а) Написати потпун систем једначина у диференцијалном комплексном облику за брзопроменљиво електромагнетско поље, ако је у свакој тачки средине познат вектор јачине побудне струје  $\mathbf{J}$ . (б) На основу претходних једначина, извести једначину континуитета.

|     |     |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

5. Раван, униформан, простопериодичан ТЕМ талас простире се у вакууму. Површинска густина средње снаге која се преноси таласом је  $10\mu\text{W}/\text{m}^2$ . Израчунати ефективне вредности (а) електричног поља, и (б) магнетског поља овог таласа.

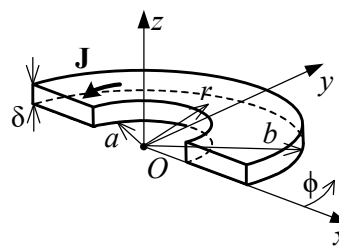
|     |     |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

6. Како се дефинишу (а) интензитет зрачења, (б) усмереност и (в) појачање антене?

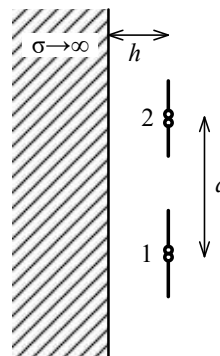
|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| (а) | (б) | (в) |
|-----|-----|-----|

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја, високе кружне учестаности  $\omega$ , расподељена по запремини танког полукружног диска унутрашњег полупречника  $a$ , спољашњег полупречника  $b$  и дебљине  $\delta$  ( $\delta \ll a$ ), као на слици. Вектор густине струје дат је изразом у цилиндричном координатном систему,  $\mathbf{J} = \sqrt{2}J_0 \sin\phi \cos(\omega t + \beta r)\mathbf{i}_\phi$ , где је  $J_0$  константа,  $\beta = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ ,  $a \leq r \leq b$ , и  $0 \leq \phi \leq \pi$ . (а) Одредити расподелу наелектрисања диска. (б) Одредити у тачки  $O$  комплексни вектор јачине електричног поља који потиче од наелектрисања добијеног под (а). (в) Одредити комплексни вектор јачине индукваног електричног поља у тачки  $O$ .



2. Предајни (1) и пријемни (2) полуталасни дипол су постављени у вакууму, на међусобном растојању  $d = 2\text{m}$ , вертикално један изнад другог, као на слици. На растојању  $h = 0,5\text{m}$  од дипола, налази се вертикална, савршено проводна равна. Предајни дипол се напаја из генератора простопериодичног сигнала, учестаности  $f = 2,4\text{GHz}$ . (а) Израчунати спрегу између датих антена, дефинисану количником снаге коју пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику и снаге којом се напаја предајна антена,  $P_p/P_0$ . (б) Како треба оријентисати предајни дипол да би спрега између антена била нула? Образложити одговор, израчунати неопходне величине и скицирати одговарајућу слику. Сматрати да су диполи без губитака.



**Напомена:** у цилиндричном координатном систему је:

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

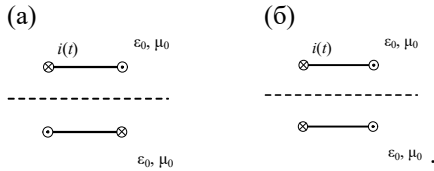
**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),  
ОДРЖАНОГ 24. АВГУСТА 2017. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1.  $[\mathbf{b}] = [\mathbf{a}]^{-1} = \frac{4\pi\epsilon_0 ab}{b-a} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & b/a \end{bmatrix}$ .

2.  $\rho_p = -\frac{2J_0\epsilon_0 x}{\sigma d^2}$ .

3.



4. (a)  $\text{rot } \underline{\mathbf{E}} = -j\omega \underline{\mathbf{B}}$ ,  $\text{rot } \underline{\mathbf{H}} = \underline{\mathbf{J}} + \underline{\mathbf{J}}_i + j\omega \underline{\mathbf{D}}$ ,  $\text{div } \underline{\mathbf{D}} = \underline{\rho}$ ,  $\text{div } \underline{\mathbf{B}} = 0$ ,  $\underline{\mathbf{D}} = \epsilon_0 \underline{\mathbf{E}} + \underline{\mathbf{P}}$ ,  $\underline{\mathbf{H}} = \frac{\underline{\mathbf{B}}}{\mu_0} - \underline{\mathbf{M}}$ ,  $\underline{\mathbf{P}} = \underline{\mathbf{P}}(\underline{\mathbf{E}})$ ,  $\underline{\mathbf{M}} = \underline{\mathbf{M}}(\underline{\mathbf{B}})$ ,  $\underline{\mathbf{J}} = \underline{\mathbf{J}}(\underline{\mathbf{E}})$ . (б)  $\text{div } (\underline{\mathbf{J}} + \underline{\mathbf{J}}_i) = -j\omega \underline{\rho}$ .

5. (a)  $E \approx 61,4 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$ . (б)  $H \approx 162,9 \frac{\mu\text{A}}{\text{m}}$ .

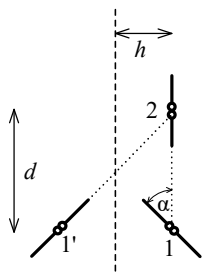
6. (a)  $I_{zr}(\theta, \phi) = r^2 |\mathbf{P}(r, \theta, \phi)|$ . (б)  $g_d(\theta, \phi) = \frac{I_{zr}(\theta, \phi)}{(I_{zr})_{sr}}$ . (в)  $g_p(\theta, \phi) = \frac{4\pi I_{zr}(\theta, \phi)}{P_{zr} + P_{gub}}$ , где је  $\mathbf{P}$  Поинтингов вектор,  $P_{zr}$  снага зрачења и  $P_{gub}$  снага губитака.

**ЗАДАЦИ**

1. (a) Наелектрисања постоје само по запремини диска,  $\underline{\rho} = -\frac{J_0 \cos \phi}{j\omega r} e^{j\beta r}$ .

(б)  $\underline{\mathbf{E}}_\rho = \frac{J_0 \delta}{8j\omega\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} + j\beta \ln \frac{b}{a} \right) \mathbf{i}_x$  (в)  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = j\omega \frac{\mu_0 J_0 \delta}{8} (b-a) \mathbf{i}_x$ .

2. (a)  $P_p / P_0 \approx 9,927 \cdot 10^{-7}$ . (б) Да би спрега била нула, потребно је дипол 1 оријентисати или нормално на цртеж, или га ротирати у равни цртежа за угао  $\alpha = \arctan\left(\frac{2h}{d}\right) \approx 26,6^\circ$ .



- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 30. АВГУСТА У 14:30 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 646, ЈЕ 30. АВГУСТА ОД 14:30 ДО 15:00 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика