

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

6. фебруар 2018.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

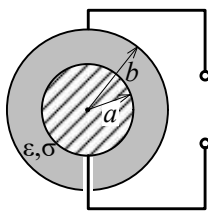
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно

ПИТАЊА

1. У вакууму је познат потенцијал $V(x, y, z) = V_0 e^{-(x^2+y^2)/a^2}$ тачака у Декартовом координатном систему, $-\infty < x, y, z < \infty$, где су V_0 и a константе. У свакој тачки одредити (а) вектор јачине електричног поља и (б) густину запреминског наелектрисања.

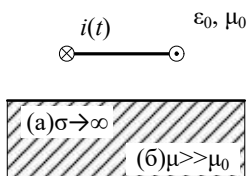
(а)	(б)
-----	-----

2. (а) Одредити изразе за капацитивност и проводност сферног кондензатора, који се састоји од две електроде полупречника a и b , као на слици, и који је испуњен хомогеним линеарним несавршеним диелектриком, пермитивности ϵ и специфичне проводности σ . (б) Нацртати еквивалентну електричну шему кондензатора.



(а)	(б)
-----	-----

3. Илустровати теорему ликова за случај хоризонталне жичане контуре, у којој постоји струја $i(t)$ и која се налази изнад равног, бесконачно великог (а) савршеног проводника и (б) феромагнетика велике пермеабилности, $\mu \gg \mu_0$.



(а)	(б)
-----	-----

4. (а) Написати Лоренцов услов у комплексном облику. (б) Полазећи од израза за вектор јачине електричног поља преко електричног скалар-потенцијала и магнетског вектор-потенцијала, и Лоренцовог услова, извести израз за комплексни вектор јачине електричног поља само у функцији магнетског вектор-потенцијала.

(а)	(б)
-----	-----

5. (а) Раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, учестаности f , простира се у правцу и смера орта \mathbf{n} кроз добар проводник, специфичне проводности σ и пермеабилности μ_0 . У тачки одређеној вектором положаја \mathbf{r}_0 познат је комплексни вектор јачине електричног поља, $\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}_0) = \mathbf{E}_0$. Одредити израз за комплексни вектор јачине електричног поља у произвољној тачки простора $\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r})$.

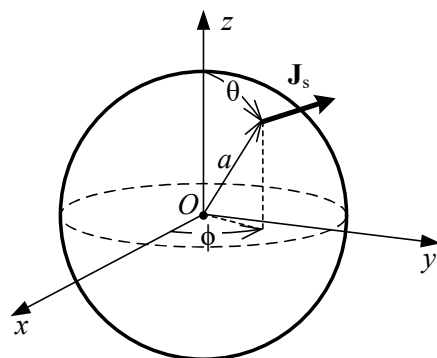
--

6. Како се дефинишу (а) интензитет зрачења, (б) усмереност (директивност), (в) добитак (појачање) антене.

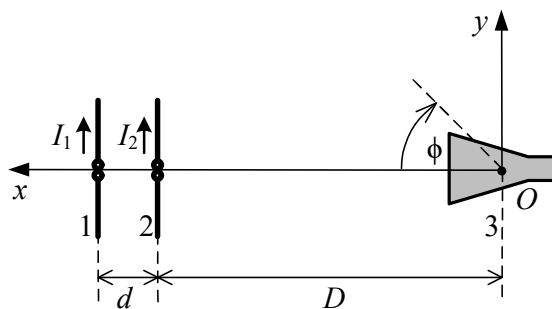
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоје простопериодичне струје, високе кружне учестаности ω , само по површи сфере полупречника a . У сферном координатном систему вектор густине површинских струја дат је изразом $\mathbf{J}_s = \sqrt{2}J_{s0} \sin\theta \sin\phi \cos\omega t \mathbf{i}_\phi$, где је J_{s0} константа, $0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \phi \leq 2\pi$. Одредити у комплексном облику изразе за: (а) густину наелектрисања сфере, (б) вектор јачине електричног поља ових наелектрисања у координатном почетку (тачки O), и (в) вектор јачине индукованог електричног поља у координатном почетку (тачки O).



2. Два предајна полуталасна дипола (антене 1 и 2), постављена су на међусобном растојању $d = 2,5 \text{ mm}$, паралелно y -оси, као на слици. Диполи се напајају простопериодичним струјама комплексних јачина $\underline{I}_1 = 0,1 \text{ A}$ и $\underline{I}_2 = \underline{I}_1 e^{j\delta}$, и учестаности $f = 30 \text{ GHz}$. Пријемна левак антена (антена 3) се налази на растојању $D = 6,4 \text{ m}$ од другог дипола и има комплексну карактеристичну функцију зрачења $\underline{\mathbf{E}}_3 = |1 + \cos\phi| \mathbf{i}_\phi$ ($0 \leq \phi \leq 2\pi$), према референтном смеру са слике. (а) Одредити израз за комплексни вектор јачине електричног поља на месту пријемне антене (у тачки O). (б) Израчунати фазни помак струје другог дипола, δ , тако да је на месту пријемне антене ефективна вредност јачине електричног поља максимална. (в) За δ добијено под (б) израчунати ефективну вредност емс која се индукује у пријемној антени.



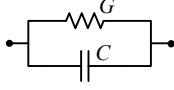
Напомена

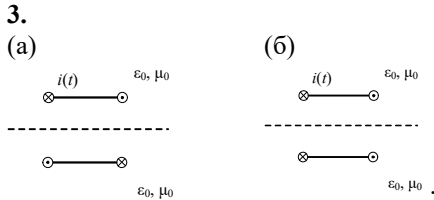
У сферном координатном систему је: $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin\theta) + \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),
ОДРЖАНОГ 6. ФЕБРУАРА 2018. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\mathbf{E} = \frac{2V_0}{a^2} e^{-(x^2+y^2)/a^2} (x\mathbf{i}_x + y\mathbf{i}_y)$. (б) $\rho = \frac{4\varepsilon_0 V_0}{a^2} \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{a^2}\right) e^{-(x^2+y^2)/a^2}$.

2. (a) $C = \frac{4\pi\varepsilon}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$, $G = \frac{4\pi\sigma}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$. (б) 



4. (a) $\text{div} \underline{\mathbf{A}} = -j\omega\varepsilon\mu V$. (б) $\underline{\mathbf{E}} = \frac{1}{j\omega\varepsilon\mu} \text{grad div} \underline{\mathbf{A}} - j\omega \underline{\mathbf{A}}$.

5. $\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{-\sqrt{\pi\mu_0/\sigma}(1+j)(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\cdot\mathbf{n}}$

6. (a) $I_{zr} = \frac{dP}{d\Omega}$, где је dP елементарна снага зрачења која пролази кроз просторни угао $d\Omega$. (б) $D(\theta, \phi) = \frac{I_{zr}(\theta, \phi)}{(I_{zr})_{sr}}$.

(в) $G(\theta, \phi) = \frac{4\pi I_{zr}(\theta, \phi)}{P_{zr} + P_{gub}}$, где су P_{zr} и P_{gub} су снага зрачења и снага губитака антене, респективно.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\rho_s = j \frac{J_{s0} \cos \phi}{\omega a}$. (б) $\underline{\mathbf{E}}_Q = -j \frac{J_{s0} \pi (1 + j\beta a) e^{-j\beta a}}{8\varepsilon_0 \omega a} \mathbf{i}_x$. (в) $\underline{\mathbf{E}}_{ind} = j\omega \frac{\mu_0 a \pi J_{s0} e^{-j\beta a}}{8} \mathbf{i}_x$.

2. (a) $\underline{\mathbf{E}} = -\frac{jZ_0}{2\pi} I_1 \frac{e^{-j\beta D}}{D} (e^{-j\beta d} + e^{j\beta d}) \mathbf{i}_y$. (б) $\delta = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. (в) $\varepsilon \approx 11.9 \text{ mV}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 12. ФЕБРУАРА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 12. ФЕБРУАРА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика