

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОЕ,ОФ,ОС,ИР)

30. јун 2018.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

1. Лоптасти уземљивач, полупречника  $a$ , укопан је у хомогену земљу, тако да му је центар на дубини  $h$  ( $h \gg a$ ). Специфична проводност земље много је мања од специфичне проводности уземљивача. Користећи се теоремом ликова за стационарно струјно поље, показати да у земљи, непосредно испод развојне површи, постоји само тангенцијална компонента вектора јачине електричног поља.

2. (а) Полазећи од диференцијалних једначина које описују стационарно магнетско поље у линеарној хомогеној средини пермеабилности  $\mu$  и везе између вектора магнетске индукције,  $\mathbf{B}$ , и магнетског вектор-потенцијала,  $\mathbf{A}$ , извести диференцијалну једначину коју задовољава магнетски вектор-потенцијал. У свакој тачки простора је позната густина запреминских струја,  $\mathbf{J}$ . (б) Како гласи решење ове једначине?

(а)	(б)
-----	-----

3. За простопериодичан вектор јачине електричног поља, чији је комплексни представник дат изразом  $\underline{\mathbf{E}} = [(2\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y) + j(\mathbf{i}_x - 2\mathbf{i}_y + \mathbf{i}_z)] \frac{V}{m}$  израчунати (а) минимални интензитет, (б) максимални интензитет и (в) ефективну вредност.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

4. (а) Написати потпуни систем Максвелових једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у вакууму, у диференцијалном облику. (б) Полазећи од тих израза, извести таласну једначину за вектор јачине електричног поља.

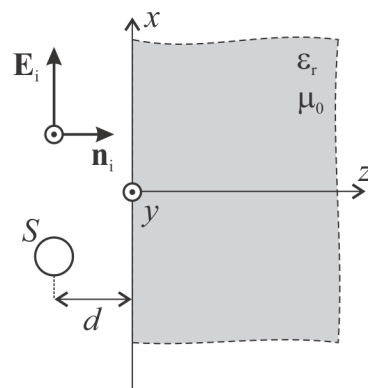
(а)	(б)
-----	-----

5. Раван униформан простопериодичан TEM талас, учестаности  $f = 10 \text{ MHz}$ , простире се кроз морску воду, пермеабилности  $\mu_0$ , релативне пермитивности  $\epsilon_r = 25$  и специфичне проводности  $\sigma = 5 \text{ S/m}$ . Израчунати колико пута ослаби ефективна вредност електричног поља овог таласа при преласку растојања од  $d = 1 \text{ m}$  кроз такву воду.

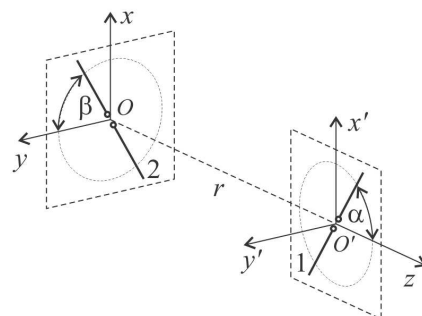
6. На улаз вода, карактеристичне импедансе  $Z_c = 50 \Omega$  и времена простирања кроз вод  $\tau = 1 \text{ ns}$ , прикључен је напонски генератор прилагођен на вод, чији напон има облик Хевисајдовога импулса амплитуде  $E = 5 \text{ V}$ , док је на излаз вода прикључен кондензатор капацитивности  $C = 40 \text{ pF}$ . Израчунати напон на улазу у вод у тренутку  $t = 2,5 \text{ ns}$ .

## ЗАДАЦИ

1. Инцидентни линијски поларизован раван TEM талас, ефективне вредности електричног поља  $E$  и учестаности  $f$ , наилази из вакуума нормално на бесконачну равну раздвојну површ са савршеним хомогеним диелектриком, пермеабилности  $\mu_0$  и релативне пермитивности  $\epsilon_r > 1$ , као на слици. Комплексни представник вектора јачине инцидентног електричног поља на раздвојној површи дат је изразом  $\underline{E}_i(z=0) = E \mathbf{i}_x$ . (а) Одредити комплексне представнике резултантних вектора јачине електричног и магнетског поља у вакууму и диелектрику. (б) У вакууму у  $Oxz$  равни лежи електрички мала кружна контура, тако да јој је центар на растојању  $d$  од раздвојне површи. Ако је  $f = 500 \text{ MHz}$ , израчунати растојање  $d$  при којем је ефективна вредност емс индуковане у контури максимална. (в) Ако је  $E = 0,4 \text{ V/m}$ ,  $\epsilon_r = 2,25$  и  $S = 1,5 \text{ cm}^2$ , израчунати ефективну вредност емс индуковане у контури.



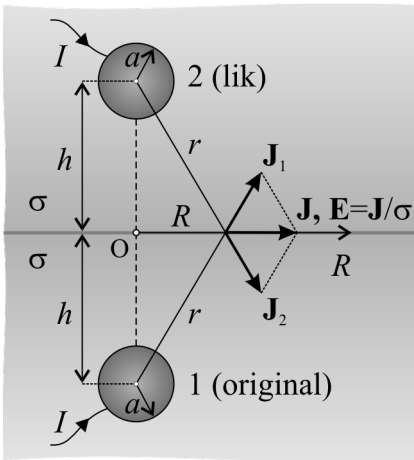
2. Примопредајни антенски систем чине два полуталасна дипола чији су центри на растојању  $r = 600 \text{ m}$ . Предајни дипол 1 лежи у  $Oxz$  равни Декартовог координатног система и са  $z$ -осом заклапа угао  $\alpha = 70^\circ$ . Пријемни дипол 2 лежи у  $Oxy$  равни Декартовог координатног система и са  $y$ -осом заклапа угао  $\beta = 55^\circ$ . Дипол 1 напаја се простопериодичном струјом учестаности  $f = 5 \text{ GHz}$  и ефективне вредности  $I = 0,35 \text{ A}$ . (а) Усвојити референтни смер и почетни фазни став струје дипола 1 и одредити израз за комплексни вектор јачине електричног поља које дипол 1 ствара у центру дипола 2,  $\underline{E}_1$ . (б) Усвојити референтни смер емс индуковане у диполу 2 и одредити израз за карактеристичну функцију зрачења (реч је о вектору) дипола 2 у смеру дипола 1,  $\underline{F}_2$ . (в) Израчунати средњу снагу коју дипол 2 предаје пријемнику прилагођеном на антену (тј. прилагођеном на дипол 2),  $P_{pr}$ . Сматрати да су диполи без губитака и да се налазе у слободном простору (средина је вакуум).



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОЕ,ОФ,ОС,ИР),  
ОДРЖАНОГ 30. ЈУНА 2018. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1.



2. (a)  $\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$ . (б)  $\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J} dv}{r}$ .

3. (a)  $E_{\min} = \sqrt{10} \frac{V}{m}$ , (б)  $E_{\max} = 2\sqrt{3} \frac{V}{m}$ , (в)  $E_{\text{eff}} = \sqrt{11} \frac{V}{m}$ .

4. (a)  $\text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ ,  $\text{rot } \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ ,  $\text{div } \mathbf{E} = 0$ ,  $\text{div } \mathbf{H} = 0$ . (б)  $\Delta \mathbf{E} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$ .

5. Ефективна вредност електричног поља ослаби приближно  $1,26 \cdot 10^6$  пута.

6.  $u(t = 2,5 \text{ ns}) = 1,1 \text{ V}$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $\underline{\mathbf{E}}_0 = E e^{-j\beta_0 z} (1 + R e^{j2\beta_0 z}) \mathbf{i}_x$ ,  $\underline{\mathbf{H}}_0 = \frac{E}{Z_0} e^{-j\beta_0 z} (1 - R e^{j2\beta_0 z}) \mathbf{i}_y$ ,  $\underline{\mathbf{E}} = ET e^{-j\beta z} \mathbf{i}_x$ ,  $\underline{\mathbf{H}} = \frac{E}{Z} T e^{-j\beta z} \mathbf{i}_y$ ,  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ ,  $Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_r}}$ ,  
 $\beta_0 = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ ,  $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}$ ,  $R = \frac{Z - Z_0}{Z_0 + Z}$ ,  $T = \frac{2Z}{Z_0 + Z}$ . (б)  $d_k = (0,3k) \text{ m}$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$ , (в)  $e_{\text{ind}} = 0,75 \text{ mV}$ .

2. (a)  $\underline{\mathbf{E}}_1 = j \frac{Z_0}{2\pi} I \frac{e^{-j\beta_0 r} \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \alpha\right)}{r \sin \alpha} \mathbf{i}_x$ , за референтни смер ка индексу 1 и почетни фазни став струје нула.  
 (б)  $\underline{\mathbf{E}}_2 = \sin \beta \mathbf{i}_x + \cos \beta \mathbf{i}_y$ , за референтни смер ка индексу 2. (в)  $P_{\text{pr}} = 0,86 \text{ nW}$ .

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 4. ЈУЛА У 18:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 4. ЈУЛА ОД 18:00 ДО 18:30 ЧАСОВА.