

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

15. јануар 2019.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Вежбанка и овај папир се морају заједно предати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

| ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат) |    |               |    |    |    |        | КОЛОКВИЈУМ |    |              |       |        |
|--|----|---------------|----|----|----|--------|------------|----|--------------|-------|--------|
| Индекс година/број                     |    | Презиме и име |    |    |    |        |            |    |              |       |        |
| /                                      |    |               |    |    |    |        | ИСПИТ      |    |              |       |        |
| ПИТАЊА                                 |    |               |    |    |    | ЗАДАЦИ |            |    | УКУПНО ПОЕНА | ОЦЕНА |        |
| 1.                                     | 2. | 3.            | 4. | 5. | 6. | Укупно | 1.         | 2. |              |       | Укупно |
|  |    |               |    |    |    |        |            |    |              |       |        |

## ПИТАЊА

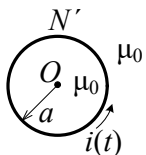
1. Полазећи од потпуног система диференцијалних једначина електростатичког поља и диференцијалне везе између вектора јачине електричног поља и електричног скалар-потенцијала, извести диференцијалну једначину коју задовољава електростатички потенцијал  $V$  у линеарној средини, у чијој су свакој тачки познати пермитивност  $\epsilon$  и густина слободног наелектрисања  $\rho$ , ако је та средина (а) нехомогена и (б) хомогена.

|     |     |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

2. Проводници веома дугачаког коаксијалног вода, полупречника проводника  $a$  и  $b$  ( $b > a$ ), начињени су од савршено проводног материјала. Диелектрик вода је пермитивности  $\epsilon(r) = \epsilon_0 r/a$  и специфичне проводности  $\sigma(r) = \sigma_0 b/r$ , где је  $\sigma_0$  константа, а  $r \in [a, b]$  радијална координата у цилиндричном координатном систему чија се  $z$ -оса поклапа са осом вода. Вод је на једном крају прикључен на извор временски константног напона  $U$ , а на другом крају је отворен. Одредити (а) подужну проводност вода и (б) густину запреминског слободног наелектрисања диелектрика.

|     |     |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

3. У веома дугачком соленоидном намотају, густине навојака  $N'$  и кружног попречног пресека полупречника  $a$ , постоји споро променљива струја јачине  $i(t)$ . Околна средина је ваздух. Извести израз за вектор јачине индукованог електричног поља (а) у соленоиду и (б) ван соленоида.



|  |
|--|
|  |
|--|

4. (а) Написати потпуни систем Максвелових једначина у диференцијалном облику у комплексном домену за брзо променљиво поље у нехомогеној линеарној средини, пермитивности  $\epsilon$ , пермеабилности  $\mu$  и специфичне проводности  $\sigma$ , у којој нема побудног поља ни побудних струја. (б) Полазећи од ових једначина, извести једначину континуитета.

|     |     |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

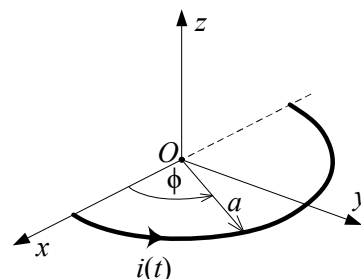
5. (a) Комплексни вектор јачине електричног поља дат је изразом  $\underline{\mathbf{E}} = 2\mathbf{i}_x + (j + \underline{K})\mathbf{i}_y$  mV/m. (a) Одредити комплексну константу  $\underline{K}$  тако да вектор  $\underline{\mathbf{E}}$  буде кружно поларизован. (б) За  $\underline{K}$  одређено у претходној тачки, одредити ефективну вредност вектора  $\underline{\mathbf{E}}$ .

|     |     |
|-----|-----|
| (a) | (б) |
|-----|-----|

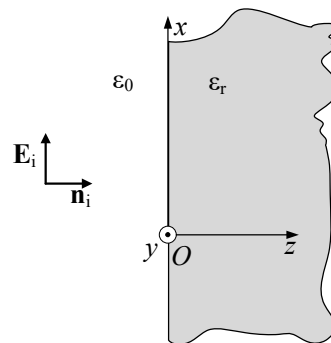
6. Полазећи од израза за комплексни коефицијент простирања TEM таласа у средини са губицима, извести израз за коефицијент слабљења и фазни коефицијент у добром проводнику специфичне проводности  $\sigma$  и пермеабилности  $\mu_0$ , на учестаности  $f$ .

### ЗАДАЦИ

1. У полукружној контури полупречника  $a$ , приказаној на слици, постоји брзо променљива простопериодична струја дата изразом  $i(t) = \sqrt{2}I_0 \cos\phi \cos\omega t$ ,  $0 < \phi < \pi$ , где је  $I_0$  константа, а  $\omega$  угаона учестаност. Одредити у комплексном облику (a) расподелу наелектрисања контуре, (б) електрични скалар потенцијал на  $z$ -оси и (в) вектор јачине индукованог електричног поља на  $z$ -оси. Средина је вакуум.



2. Раван униформан линијски поларизован простопериодичан TEM талас, ефективне вредности електричног поља  $E = 4$  V/m и учестаности  $f = 600$  MHz, наилази управно на раздвојну површ ваздуха и савршеног хомогеног диелектрика релативне пермитивности  $\epsilon_r = 9$  и релативне пермеабилности  $\mu_r = 1$ . Талас наилази из ваздуха, као на слици. (a) Одредити, према координатном систему са слике, изразе за резултантне комплексне векторе јачине електричног и магнетског поља у ваздуху. (б) Израчунати количник највеће и најмање ефективне вредности резултантног електричног поља у ваздуху. (в) Где у ваздуху треба поставити и како треба оријентисати електрички малу контуру да би ефективна вредност емс индуковане у њој била највећа? Израчунати ту ефективну вредност ако је површина контуре  $S = 10$  cm<sup>2</sup>.



**Напомена:** у цилиндричном координатном систему је  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ .

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),  
ОДРЖАНОГ 15. ЈАНУАРА 2019. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (а)  $\Delta V + \frac{1}{\epsilon} \text{grad } V \cdot \text{grad } \epsilon = -\frac{\rho}{\epsilon}$ . (б)  $\Delta V = -\frac{\rho}{\epsilon}$ .

2. (а)  $G' = \frac{2\pi\sigma_0}{1 - \frac{a}{b}}$ . (б)  $\rho = \frac{\epsilon_0 G' U}{\pi\sigma_0 ab}$ .

3.  $\mathbf{E}_{\text{ind}} = \begin{cases} -\frac{1}{2} \mu_0 N' \frac{di}{dt} r \mathbf{i}_\phi, & r < a \quad (\text{а}) \\ -\frac{1}{2} \mu_0 N' a^2 \frac{di}{dt} \frac{1}{r} \mathbf{i}_\phi, & r > a \quad (\text{б}) \end{cases}$ , у цилиндричном координатном систему у коме се  $z$ -оса поклапа са осом

соленоида;  $+z$ -оса је са смером струје повезана правилном десне завојнице.

4. (а)  $\text{rot } \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B}$ ,  $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + j\omega \mathbf{D}$ ,  $\text{div } \mathbf{D} = \rho$ ,  $\text{div } \mathbf{B} = 0$ ,  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ ,  $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ . (б)  $\text{div } \mathbf{J} = -j\omega \rho$ .

5. (а)  $\mathbf{K} = \mathbf{j} \times \mathbf{K} = -3\mathbf{j}$ . (б)  $E = 2\sqrt{2} \text{ mV/m}$ .

6.  $\alpha = \beta = \sqrt{\pi\mu_0 \sigma f}$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (а)  $\underline{Q}' = -j \frac{I_0}{\omega a} \sin \phi$ ,  $\underline{Q}_1(\phi=0) = \underline{Q}_2(\phi=\pi) = j \frac{I_0}{\omega}$ . (б)  $\underline{V} = 0$ .

(в)  $\mathbf{E}_{\text{ind}} = -j\omega \frac{\mu_0 I_0 a}{8} \frac{e^{-j\beta R}}{R} \mathbf{i}_y$ , где је  $R = \sqrt{a^2 + z^2}$  и  $\beta = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ .

2. (а)  $\mathbf{E}_{\text{rez}} = E(e^{-j\beta_0 z} + Re^{j\beta_0 z}) \mathbf{i}_x$ ,  $\mathbf{H}_{\text{rez}} = \frac{E}{Z_0}(e^{-j\beta_0 z} - Re^{j\beta_0 z}) \mathbf{i}_x$ , где је,  $\beta_0 = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ ,  $R = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}$ ,  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$  и  $Z = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$ .

(б)  $\frac{|\mathbf{E}_{\text{rez}}|_{\text{max}}}{|\mathbf{E}_{\text{rez}}|_{\text{min}}} = \frac{1+|R|}{1-|R|} = 3$ . (в) Површ контуре треба поставити нормално на  $y$ -осу, а центар контуре у произвољну тачку у

равнинама одређеним са  $z_n = -\frac{n}{2f \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ , где је  $n = 1, 2, 3, \dots$ ,  $(e_{\text{ind}})_{\text{max}} \approx 75,4 \text{ mV}$ .

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 22. ЈАНУАРА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У СОБИ 63, ЈЕ 22. ЈАНУАРА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика