

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

9. септембар 2020.

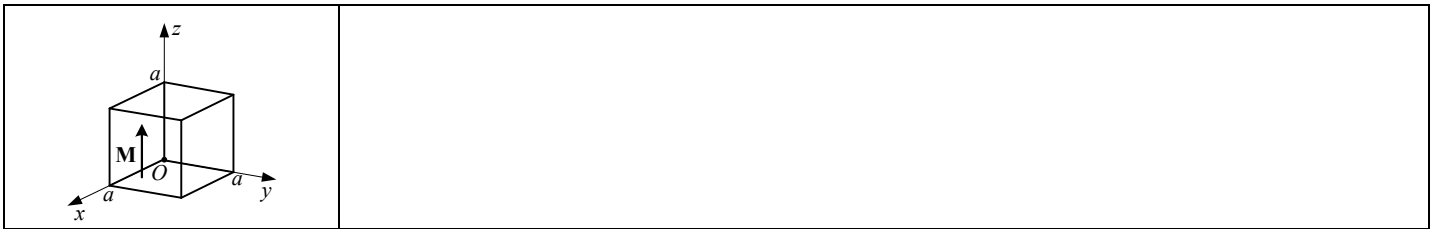
**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно

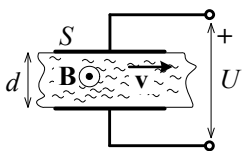
## ПИТАЊА

1. У вакууму постоји заостала магнетизација само по запремини коцке дужине странице  $a$ . Вектор магнетизације дат је изразом  $\mathbf{M} = M_0(x/a)\mathbf{i}_z$ , где је  $M_0$  константа. Одредити Амперове струје коцке.



2. Написати потпуни систем диференцијалних једначина, у комплексном домену, за квазистационарно електромагнетско поље у изотропној линеарној хомогеној средини пермитивности  $\epsilon$ , пермеабилности  $\mu$  и специфичне проводности  $\sigma$ , у чијој је свакој тачки познат вектор јачине побудног електричног поља,  $\underline{E}_i$ .

3. Између електрода плочастог кондензатора протиче проводна течност, специфичне проводности  $\sigma$ , константном брзином  $v$ , као на слици. Површина једне електроде кондензатора је  $S$ , а растојање између електрода је  $d$  ( $S \gg d^2$ ). Кондензатор се налази у хомогеном стационарном магнетском пољу, магнетске индукције  $\mathbf{B}$  (вектор  $\mathbf{B}$  нормалан је на вектор  $\mathbf{v}$  и на раван цртежа). Ако је напон између плоча кондензатора  $U$ , према референтном смеру са слике, одредити брзину протицања течности,  $v$ .



4. Полазећи од диференцијалних једначина за брзопроменљиво поље у временском домену, извести таласну једначину за вектор јачине електричног поља у изотропној линеарној хомогеној средини, пермитивности  $\epsilon$ , пермеабилности  $\mu$  и специфичне проводности  $\sigma$ , у којој нема слободних наелектрисања.

5. Комплексни представник вектора јачине магнетског поља дат је изразом  $\underline{\mathbf{H}} = (2\mathbf{i}_x - \mathbf{j}_y + 3\mathbf{i}_z) \text{ A/m}$ . Одредити (а) минималну, (б) максималну и (в) ефективну вредност вектора  $\underline{\mathbf{H}}$ .

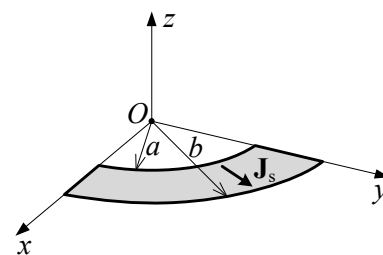
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

6. (а) Навести основне особине равних униформних ТЕМ таласа који се простиру у хомогеном диелектрику пермитивности  $\epsilon$  и пермеабилности  $\mu$ . (б) Одредити средњу запреминску густину електромагнетске енергије таквог таласа, ако је ефективна вредност вектора јачине електричног поља таласа  $E$ .

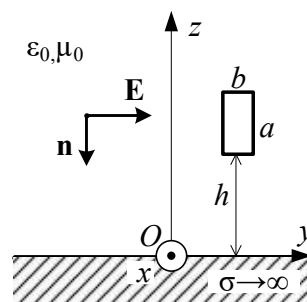
(а)	(б)
-----	-----

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја, високе кружне учестаности  $\omega$ , расподељена по површини бесконачно танког исечка кружног диска унутрашњег полупречника  $a$  и спољашњег полупречника  $b$ , као на слици. Вектор густине површинских струја дат је изразом у цилиндричном координатном систему  $\mathbf{J}_s = \sqrt{2}J_{s0}(a/r)\cos\omega t\mathbf{i}_r$ , где је  $a \leq r \leq b$ ,  $0 \leq \phi \leq \pi/2$ , а  $J_{s0}$  је константа. Одредити, у комплексном облику, (а) расподелу наелектрисања исечка диска и (б) вектор јачине електричног поља на  $z$ -оси услед вишка наелектрисања.



2. Раван простопериодичан линијски поларизован ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља  $E = 0,4 \text{ V/m}$  и таласне дужине  $\lambda = 0,5 \text{ m}$ , наилази из ваздуха нормално на бесконачну савршено проводну раван. Вектор  $\mathbf{E}$  таласа лежи у равни цртежа, а правац и смер кретања таласа дат је ортом  $\mathbf{n}$ . У равни цртежа лежи и правоугаона жичана контура, дужина страница  $a = \lambda/2$  и  $b = \lambda/4$ , тако да су странице дужине  $b$  паралелне проводној равни, а ближа од њих је на растојању  $h = 3\lambda/4$  од проводне равни. (а) Одредити резултантне комплексне векторе јачине електричног и магнетског поља у ваздуху. (б) Израчунати ефективну вредност индуковане електромоторне силе у правоугаоној жичаној контури. **Напомена:** контура се не може сматрати електрички малом, занемарити магнетско поље струја индукованих у контури.



### Напомена

У цилиндричном координатном систему је  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ .

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),  
ОДРЖАНОГ 9. СЕПТЕМБРА 2020. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. Запреминске Амперове струје износе  $\mathbf{J}_A = \text{rot } \mathbf{M} = -\frac{M_0}{a} \mathbf{i}_y$ , а површинске  $\mathbf{J}_{As}(x=0) = 0$ ,  $\mathbf{J}_{As}(y=0) = M_0 \frac{x}{a} \mathbf{i}_x$ ,

$\mathbf{J}_{As}(x=a) = M_0 \mathbf{i}_y$ ,  $\mathbf{J}_{As}(y=a) = -M_0 \frac{x}{a} \mathbf{i}_x$ .

2.  $\text{rot } \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{H}$ ,  $\text{rot } \mathbf{H} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{E}_i)$ ,  $\text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$ ,  $\text{div } \mathbf{H} = 0$ .

3.  $v = -\frac{U}{Bd}$ .

4.  $\Delta \mathbf{E} - \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$ .

5. (a)  $H_{\min} = \sqrt{2}$ , (б)  $H_{\max} = \sqrt{26}$ , (в)  $H_{\text{eff}} = \sqrt{14}$ .

6. (a)

1. Вектори  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  су међусобно управни и управни на правац простирања. Смер је одређен смером Поинтинговог вектора  $\mathcal{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ .

2. Вектори јачине електричног и магнетског поља у су константни у трансверзалним равнинама.

3. Однос тренутних интензитета  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  у произвољној тачки диелектрика вода је једнак импеданси средине  $E/H = Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$ .

4. Брзина простирања таласа износи  $c = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$ .

(б)  $w_{\text{em}} = \epsilon E^2$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $\underline{Q}'_a = -\frac{1}{j\omega} J_{s0}$ ,  $\underline{Q}'_b = \frac{1}{j\omega} J_{s0} \frac{a}{b}$ . (б)  $\underline{\mathbf{E}}_{Qa} = -\frac{J_{s0} a}{4j\omega\pi\epsilon_0} \frac{1 + j\beta R(a)}{R(a)^3} e^{-j\beta R(a)} \cdot \left( -a \mathbf{i}_x - a \mathbf{i}_y + \frac{z\pi}{2} \mathbf{i}_z \right)$ ,

$\underline{\mathbf{E}}_{Qb} = \frac{J_{s0} a}{4j\omega\pi\epsilon_0} \frac{1 + j\beta R(b)}{R(b)^3} e^{-j\beta R(b)} \cdot \left( -b \mathbf{i}_x - b \mathbf{i}_y + \frac{z\pi}{2} \mathbf{i}_z \right)$ , где је  $R(r) = \sqrt{r^2 + z^2}$ ,  $\underline{\mathbf{E}}_Q = \underline{\mathbf{E}}_{Qa} + \underline{\mathbf{E}}_{Qb}$ ,

2. (a)  $\underline{\mathbf{E}}_{\text{rez}} = j2E \sin\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right) \mathbf{i}_y$ ,  $\underline{\mathbf{H}}_{\text{rez}} = 2\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E \cos\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right) \mathbf{i}_x$ . (б)  $\epsilon_{\text{ind}} = 4Eb = 0,2 \text{ V}$

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 15. СЕПТЕМБРА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 15. СЕПТЕМБРА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика