

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

18. јануар 2021.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

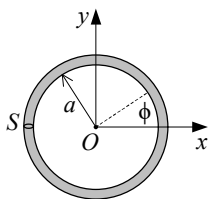
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. (а) Написати изразе за дивергенцију и ротор магнетског вектор-потенцијала у споро променљивом електромагнетском пољу у хомогеној и линеарној средини. (б) На основу једначина под (а) извести диференцијалну једначину коју задовољава магнетски вектор-потенцијал, ако је у свакој тачки средине познат вектор густине струје.

(а)	(б)
-----	-----

2. Танак кружни завојак, полупречника a и површине попречног пресека S ($S \ll a^2$), направљен од хомогеног материјала специфичне проводности σ , налази се у вакууму, у простопериодичном споро променљивом електромагнетском пољу. У свакој тачки простора познат је магнетски вектор-потенцијал, дат изразом у цилиндричном координатном систему $\mathbf{A}(t) = -\sqrt{2}A_0 \sin \omega t \mathbf{i}_\phi$, где су A_0 и ω константе. Одредити у завојку (а) комплексни вектор јачине електричног поља и (б) средњу снагу Цулових губитака. Занемарити магнетско поље услед струја у завојку.



(а)	(б)
-----	-----

3. Написати потпун систем Максвелових једначина у диференцијалном комплексном облику за брзо променљиво електромагнетско поље у линеарној средини, пермитивности ϵ , пермеабилности μ и специфичне проводности σ , ако је у свакој тачки познат вектор густине побудне струје \mathbf{J}_i . (б) На основу једначина под (а), извести једначину континуитета.

(а)	(б)
-----	-----

4. Написати исказ Поинтингове теореме у временском домену и објаснити значење свих чланова

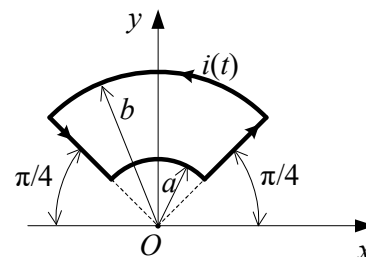
5. Комплексни представник простопериодичног вектора јачине магнетског поља дат је изразом $\underline{H} = (-\mathbf{i}_x - \mathbf{i}_y + (1 + j\sqrt{3})\mathbf{i}_z)A/m$. Израчунати (а) минималну и (б) максималну тренутну вредност интензитета овог вектора. (в) Како је поларизован овај вектор? Одговор образложити.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

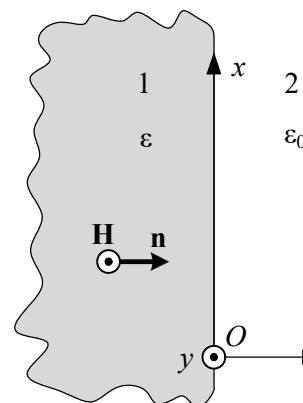
6. (а) Израчунати учестаност на којој је дубина продирања код површинског (скин) ефекта $\delta = 3 \text{ mm}$, у материјалу специфичне проводности $\sigma = 8 \text{ S/m}$ и пермеабилности μ_0 . Материјал се може сматрати добрим проводником.

ЗАДАЦИ

1. У танкој планарној проводној контури у вакууму постоји споро променљива струја јачине $i(t)$, као на слици. Одредити у тачки O векторе јачине (а) електричног и (б) магнетског поља.



2. Раван, линијски поларизован простопериодичан TEM талас, ефективне вредности магнетског поља H и учестаности f , наилази из хомогеног немагнетског диелектрика, релативне пермитивности ϵ_r (средина 1), нормално на развојну површ са вакуумом (средина 2). (а) Одредити изразе за коефицијенте рефлексије и трансмисије на развојној површи. У координатном систему са слике одредити (б) изразе за комплексне представнике вектора јачине електричног и магнетског поља у диелектрику и вакууму и (в) геометријско место тачака у диелектрику у којима је ефективна вредност вектора јачине магнетског поља максимална.



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),
ОДРЖАНОГ 18. ЈАНУАРА 2021. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\text{div } \mathbf{A} = 0$, $\text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{B}$. (б) $\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$.

2. (a) $\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = -j\omega \underline{\mathbf{A}} = \omega A_0 \mathbf{i}_\phi$. (б) $P_j = 2\pi a S \sigma \omega^2 A_0^2$.

3. (a) $\text{rot } \underline{\mathbf{E}} = -j\omega \mu \underline{\mathbf{H}}$, $\text{rot } \underline{\mathbf{H}} = \underline{\mathbf{J}} + \underline{\mathbf{J}}_i + j\omega \epsilon \underline{\mathbf{E}}$, $\text{div } \underline{\mathbf{E}} = \frac{\rho}{\epsilon}$, $\text{div } \underline{\mathbf{H}} = 0$, $\underline{\mathbf{J}} = \sigma \underline{\mathbf{E}}$. (б) $\text{div}(\underline{\mathbf{J}} + \underline{\mathbf{J}}_i) = -j\omega \rho$.

4.
$$-\int_V \overbrace{\mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E} dv}^{\text{Снага генератора}} = \int_V \overbrace{\mathbf{J} \cdot \mathbf{E} dv}^{\text{снага Цулових губитака}} + \int_V \overbrace{\left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{H} \right) dv}^{\text{Стварање и одржавање ЕМ поља}} + \oint_S \overbrace{(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}}^{\text{Размена електромагнетске енергије кроз } S}$$

5. (a) $H_{\min} = \sqrt{6 - 2\sqrt{3}} \text{ A/m} \approx 1,59 \text{ A/m}$. (б) $H_{\max} = \sqrt{6 + 2\sqrt{3}} \text{ A/m} \approx 3,08 \text{ A/m}$. (в) Вектор је поларизован елиптички.

6. $f \approx 3,52 \text{ GHz}$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\mathbf{E} = \sqrt{2} \frac{\mu_0}{4\pi} \left(-\frac{\partial i}{\partial t} \right) \ln \frac{b}{a} \mathbf{i}_x$. (б) $\mathbf{H} = \frac{i(t)}{8} \cdot \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) \mathbf{i}_z$.

2. (a) $R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \frac{\sqrt{\epsilon_r} - 1}{\sqrt{\epsilon_r} + 1} > 0$, $T = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1} = \frac{2\sqrt{\epsilon_r}}{1 + \sqrt{\epsilon_r}}$. (б) $\underline{\mathbf{E}}_{\text{rez1}} = Z_0 H (e^{-j\beta_1 z} + Re^{+j\beta_1 z}) \mathbf{i}_x$, $\underline{\mathbf{H}}_{\text{rez1}} = H (e^{-j\beta_1 z} - Re^{+j\beta_1 z}) \mathbf{i}_y$,

$\underline{\mathbf{E}}_{\text{rez2}} = TZ_1 H e^{-j\beta_2 z} \mathbf{i}_x$, и $\underline{\mathbf{H}}_{\text{rez2}} = T \frac{Z_1}{Z_2} H e^{-j\beta_2 z} \mathbf{i}_y$, где је $\beta_1 = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}$, $\beta_2 = \beta_0 = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$, $Z_1 = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$, и $Z_2 = Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$.

(в) Максимуми ефективне вредности магнетског поља налазе се у равнима одређеним са $z_n = \frac{(2n-1)}{4f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}}$, $n = 0, -1, -2, \dots$

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 24. ЈАНУАРА У 10:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 24. ЈАНУАРА ОД 10:00 ДО 10:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика