

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

28. јун 2021.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

1. Да ли се електромагнетско поље, које ствара простопериодична струја учестаности  $f = 2,4 \text{ GHz}$ , може сматрати споропроменљивим у непосредној околини сферног проводника полупречника  $a = 12,5 \text{ cm}$ ? Средина око проводника је ваздух. Образложити одговор.

2. У свакој тачки простора познат је вектор јачине квазистационарног електричног поља  $\mathbf{E}$ , услед запреминских струја и наелектрисања у домену  $v$ . Густина струја је  $\mathbf{J}$ , а средина је вакуум. Одредити израз за разлику електричних скалар-потенцијала две произвољне тачке простора.

3. (а) Полазећи од Максвелових једначина извести једначину континуитета у диференцијалном комплексном облику за случај брзопроменљивих запреминских струја. (б) Написати једначину континуитета у диференцијалном комплексном облику за случај површинских и линијских струја.

(а)	(б)
-----	-----

4. Написати, у временском облику, Поинтингову теорему за домен  $v$ , испуњен линеарном хомогеном средином пермитивности  $\epsilon$ , пермеабилности  $\mu$  и специфичне проводности  $\sigma$  и ограничен савршеном проводном површи  $S$ . У домену постоје побудне струје познатог вектора густине  $\mathbf{J}_i$ . Образложити одговор и написати значење свих чланова.

5. Израчунати (а) тренутни интензитет и (б) ефективну вредност простопериодичног вектора електричног поља, кружне учестаности  $\omega$ , чији је комплексни представник дат изразом  $\underline{\mathbf{E}} = (\sqrt{5} \mathbf{i}_x - j2 \mathbf{i}_y + 3 \mathbf{i}_z) \text{ V/m}$ .

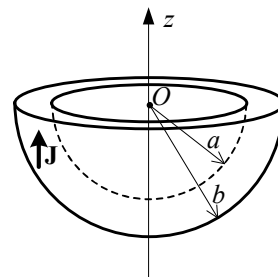
(а)	(б)
-----	-----

6. Жичана антена  $L$  налази се у ваздуху и лежи дуж осе  $l$ . Позната је јачина струје дуж антене у комплексном облику  $\underline{I}(l)$ . Написати изразе за вектор јачине (а) електричног и (б) магнетског поља у зони зрачења. Нацртати слику, означити координате и референтне смерове и образложити одговор.

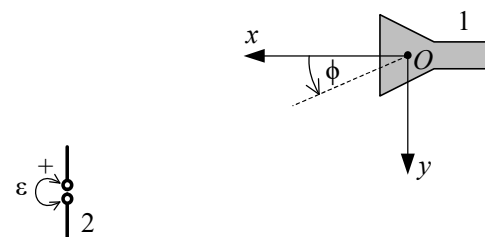
(а)	(б)
-----	-----

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји брзопроменљива простопериодична струја само по запремини полусферне љуске унутрашњег полупречника  $a$  и спољашњег  $b$ , као на слици. Вектор густине запреминске струје дат је изразом  $\mathbf{J} = \sqrt{2} J_0 \cos \omega t \mathbf{i}_z$ , где је  $J_0$  константа. Одредити у комплексном облику (а) расподелу слободног наелектрисања љуске и (б) вектор јачине индукованог електричног поља у тачки  $O$ .



2. Предајна антена (антена 1) налази се у координатном почетку, напаја се из простопериодичног генератора учестаности  $f = 60 \text{ GHz}$  и снагом  $P_0 = 24 \text{ W}$ , а њена карактеристична функција зрачења дата је изразом у сферном координатном систему,  $\underline{\mathbf{F}} = \sqrt{1 + \cos \phi} \mathbf{i}_\phi$ . Пријемни полуталасни дипол (антена 2) налази се у тачки одређеној координатама  $(x_{\text{dip}}, y_{\text{dip}}) = (10 \text{ m}, 10/\sqrt{3} \text{ m})$  и паралелан је  $y$ -оси. Средина је вакуум. Израчунати (а) отпорност зрачења предајне антене, (б) интензитет Поинтинговог вектора предајне антене на месту дипола, (в) ефективну површину дипола у правцу предајне антене и (г) средњу снагу коју дипол предаје прилагођеном пријемнику.



### Напомена:

$$\text{У сферном координатном систему је } \text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)  
ОДРЖАНОГ 28. ЈУНА 2021. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1.  $\beta \cdot 2a = 4\pi$ , те се електромагнетско поље не може сматрати споропроменљивим.

$$2. (a) V_M - V_N = \int_M^N \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_M^N \left( \int_v \frac{(\partial \mathbf{J} / \partial t)}{R} dv \right) \cdot d\mathbf{l}.$$

$$3. (a) \operatorname{div} \mathbf{J} = -j\omega \rho. \quad (b) \operatorname{div}_s \mathbf{J}_s = -j\omega \rho_s, \quad \frac{dI}{dl} = -j\omega Q'$$

$$4. \underbrace{-\int_v \mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E} dv}_{\text{Снага генератора}} = \underbrace{\int_v \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} dv}_{\text{снага Пулових губитака}} + \underbrace{\int_v \left( \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{H} \right) dv}_{\text{Стварање и одржавање ЕМ поља}}.$$

$$5. (a) E(t) = \sqrt{8 + 20(\cos \omega t)^2} \text{ V/m}. \quad (b) E_{\text{eff}} = 3\sqrt{2} \text{ V/m}.$$

$$6. (a) \mathbf{E} = j \frac{Z_0}{2\pi} \frac{I_0}{r} \frac{e^{-j\beta r}}{r} \mathbf{F}(\theta, \phi), \text{ где је } I_0 \text{ референтна струја, } \mathbf{F}(\theta, \phi) = \frac{\beta}{2} \mathbf{i}_r \times (\mathbf{i}_r \times \mathbf{I}_{\text{eff}}), \mathbf{I}_{\text{eff}} = \frac{1}{L_0} \int_L I(l) e^{j\beta r' \mathbf{i}_r} d\mathbf{l}.$$

$$(b) \mathbf{H} = \frac{1}{Z_0} \mathbf{i}_r \times \mathbf{E}.$$

**ЗАДАЦИ**

$$1. (a) \rho = 0, \quad \rho_s(r=a) = -\frac{J_0}{j\omega} \cos \theta, \quad \rho_s(r=b) = \frac{J_0}{j\omega} \cos \theta, \quad \rho_s(z=0) = \frac{J_0}{j\omega}. \quad (b) \mathbf{E}_{\text{ind}} = -\frac{j\omega \mu_0}{2\beta^2} J_0 \left[ (1 + j\beta b) e^{-j\beta b} - (1 + j\beta a) e^{-j\beta a} \right] \mathbf{i}_z.$$

$$2. (a) R_{z1} = 120 \Omega. \quad (b) \mathcal{P}_1 \approx 26,7 \text{ mW/m}^2. \quad (v) S_{\text{eff}} \approx 2,18 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2. \quad (r) P_p \approx 58,2 \text{ nW}.$$

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 5. ЈУЛА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 5. ЈУЛА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика