

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

27. септембар 2021.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

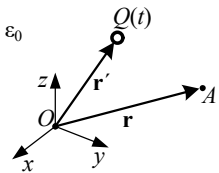
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ					
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. (а) Написати изразе за дивергенцију и ротор магнетског вектор-потенцијала у споропроменљивом електромагнетском пољу у хомогеној и линеарној средини. (б) На основу једначина под (а) извести диференцијалну једначину коју задовољава магнетски вектор-потенцијал, ако је у свакој тачки средине познат вектор густине струје.

(а)	(б)
-----	-----

2. У вакууму, у тачки одређеној вектором положаја \mathbf{r}' , налази се извор брзо променљивог поља у виду тачкастог наелектрисања $Q(t)$. Одредити електрични скалар-потенцијал у тачки A , одређеној вектором положаја \mathbf{r} .



3. Написати потпун систем диференцијалних једначина и једначину континуитета за брзопроменљиво електромагнетско поље, ако је у свакој тачки домена познат вектор јачине побудног поља \mathbf{E}_i .

4. Написати исказ Поинтингове теореме у временском домену и објаснити значење свих чланова

5. Комплексни представник простопериодичног вектора јачине магнетског поља дат је изразом $\underline{\mathbf{H}} = (-\mathbf{i}_x - \mathbf{i}_y + (2 + j\sqrt{6})\mathbf{i}_z)A/m$. Израчунати (а) минималну и (б) максималну тренутну вредност интензитета овог вектора. (в) Како је поларизован овај вектор? Одговор образложити.

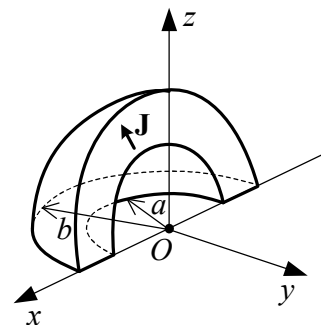
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

6. (а) Написати израз за ефективну дужину произвољне антене. Нацртати слику и означити потребне величине. (б) Користећи се изразом под (а) написати израз за карактеристичну функцију зрачења антене.

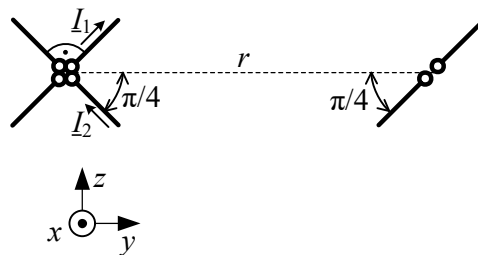
(а)	(б)
-----	-----

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична струја, високе кружне учестаности ω , само по запремини дела сферне љуске полупречника a и b , као на слици. Вектор густине струје дат је изразом у сферном координатном систему $\mathbf{J}(r, \theta, \phi) = \sqrt{2}J_0 \cos(\omega t + \beta r)\mathbf{i}_r$, где је J_0 константа, $a \leq r \leq b$, $0 \leq \theta \leq \pi/2$, $\pi \leq \phi \leq 2\pi$ и $\beta = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$. Одредити у комплексном облику (а) расподелу наелектрисања љуске и (б) вектор јачине индукованог електричног поља у тачки O .



2. Два предајна полуталасна дипола укрштена су под правим углом и напајају се простопериодичним струјама, учестаности $f = 2,4\text{GHz}$ и комплексних представника $\underline{I}_1 = 0,5A$ и $\underline{I}_2 = j2A$. На растојању $r = 30\text{m}$ налази се пријемни полуталасни дипол, који заклапа угао $\pi/4$ са хоризонталом, као на слици. Сви диполи су у равни цртежа, а средина је вакуум. (а) Одредити, у општим бројевима, израз за комплексни вектор јачине резултантног електричног поља на месту пријемне антене. Израчунати (б) ефективну вредност индуковане емс у пријемном диполу и (в) снагу коју пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику. Сматрати да су диполи без губитака.



Напомена:

У сферном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),
ОДРЖАНОГ 27. СЕПТЕМБРА 2021. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\text{div } \mathbf{A} = 0$, $\text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{B}$. (б) $\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$.

2.
$$V(\mathbf{r}, t) = \frac{Q(t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c)}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}.$$

3. $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}$, $\text{div } \mathbf{D} = \rho$, $\text{div } \mathbf{B} = 0$, $\text{div } \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$, $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$, $\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}$, $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{E})$, $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{B})$,
 $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E} + \mathbf{E}_i)$.

4.
$$-\int_V \mathbf{J}_i \cdot \mathbf{E} dv = \int_V \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} dv + \int_V \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{H} \right) dv + \oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}$$

Снага генератора
снага Цулових губитака
Стварање и одржавање ЕМ поља
Размена електромагнетске енергије кроз S

5. (a) $H_{\min} = \sqrt{12 - 4\sqrt{6}} \text{ A/m} \approx 1,48 \text{ A/m}$. (б) $H_{\max} = \sqrt{12 + 4\sqrt{6}} \text{ A/m} \approx 4,67 \text{ A/m}$. (в) Вектор је поларизован елиптички.

6. (a) $\mathbf{I}_{\text{eff}} = \frac{1}{I_0} \int_V \mathbf{J}(\mathbf{r}') e^{j\beta \mathbf{r}' \cdot \mathbf{i}_r} dv$. (б) $\mathbf{F}(\theta, \phi) = \frac{\beta}{2} \mathbf{i}_r \times (\mathbf{i}_r \times \mathbf{I}_{\text{eff}})$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\underline{\rho} = -\frac{J_0 e^{j\beta r}}{j\omega r} (2 + j\beta r)$, $\underline{\rho}_{sa} = -\frac{J_0 e^{j\beta a}}{j\omega}$, $\underline{\rho}_{sb} = \frac{J_0 e^{j\beta b}}{j\omega}$, на равним површима је $\underline{\rho}_s = 0$.

(б) $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = -j\omega \frac{\mu_0 J_0}{16} (b^2 - a^2) (-\mathbf{i}_y + \mathbf{i}_z)$.

2. (a) $\underline{\mathbf{E}}_{\text{rez}} = j \frac{Z_0}{2\pi r} e^{-j\beta r} I_1 (1 + j4) \cdot \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\right) \cdot (-\mathbf{i}_z)$. (б) $\epsilon_{\text{ind}} \approx 64,7 \text{ mV}$. (в) $P_p \approx 14,3 \mu\text{W}$.

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 1. ОКТОБРА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 1. ОКТОБРА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика