

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

17. јануар 2022.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. У вакууму се налази веома дугачак соленоидни намотај са равномерно и густо мотаним завојцима подужне густине N' . У намотају постоји споропроменљива простопериодична струја ефективне вредности I и учестаности f .
 (а) Занемарујући ефекат крајева и апроксимирајући намотај мноштвом приљубљених кружних завојака, израчунати магнетски вектор-потенцијал, \mathbf{A} , на оси соленоида. (б) Написати везу између вектора магнетске индукције, \mathbf{B} , и вектора \mathbf{A} у споропроменљивом пољу. (в) Да ли се на основу ове везе и познатог вектора \mathbf{A} на оси соленоида може одредити вектор \mathbf{B} на оси соленоида? Образложити одговор.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

2. Да ли се електромагнетско поље, које ствара простопериодична струја учестаности $f = 2,4\text{GHz}$ која постоји у цилиндричном проводнику полупречника $a = 1,4\text{mm}$ и дужине $l = 12,5\text{cm}$, може сматрати споропроменљивим у непосредној околини проводника? Околна средина је ваздух. Образложити одговор.

--

3. (а) Написати потпуни систем диференцијалних једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у комплексном облику за домен у вакууму. Сматрати да у домену нема слободних наелектрисања, побудног поља и побудних струја. (б) Полазећи од претходно написаних једначина извести таласну једначину у комплексном облику за комплексни вектор магнетског поља, \mathbf{H} .

(а)	(б)
-----	-----

4. У свакој тачки површи која ограничава један домен познати су комплексни вектори јачине електричног (\mathbf{E}) и магнетског (\mathbf{H}) поља електромагнетског таласа. Одредити израз за активну снагу која улази у овај домен. Скицирати површ и назначити њен орт нормале.

--

5. (a) Који је најопштији облик поларизације временски простопериодичног вектора? (б) Скицирати, у функцији времена криву, коју у простору описује врх комплексног вектора електричног поља $\underline{\mathbf{E}} = ((1 + j)\mathbf{i}_x + (1 - j)\mathbf{i}_y)$ V/m, као и њен смер. (в) Како је поларизован вектор $\underline{\mathbf{E}}$? Образложити одговор.

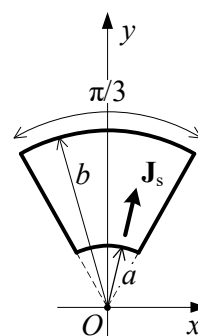
(a)	(б)	(в)
-----	-----	-----

6. За простопериодични линијски поларизовани TEM талас, учестаности f и ефективне вредности електричног поља E , који се простире у вакууму, у правцу и смеру орта $\mathbf{n} = (2\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y)/\sqrt{5}$, одредити изразе за тренутне вредности вектора јачине (а) електричног (б) магнетског поља, ако је у координатном почетку $\mathbf{E}(t = 0) = -\sqrt{2}E\mathbf{i}_z$.

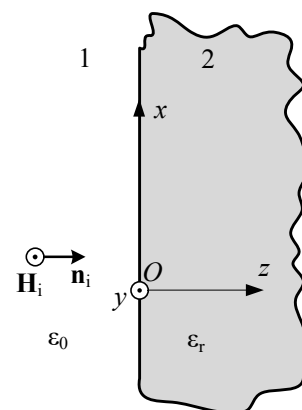
(a)	(б)
-----	-----

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична, брзо променљива струја само по површи бесконачно танког кружног исечка прстена, полупречника a и b , који лежи у xOy равни и заклапа угао од $\pi/3$, као на слици. Вектор густине површинске струје у исечку дат је изразом у цилиндричном координатном систему, $J_s = \sqrt{2}J_{s0} \cos(\omega t - \beta r/2)\mathbf{i}_r$, где је J_{s0} позитивна константа. Одредити у комплексном облику изразе за (а) расподелу слободног наелектрисања исечка прстена и (б) вектор јачине индукованог електричног поља у тачки O .



2. Раван, униформан, линијски поларизован TEM талас, ефективне вредности јачине магнетског поља H и угаоне учестаности ω , наилази из вакуума (средина 1) нормално на бесконачну развојну површ са савршеним диелектриком (средина 2), релативне пермитивности ϵ_r , као на слици. (а) За координатни систем са слике извести изразе за резултантне комплексне векторе јачине електричног и магнетског поља у вакууму и диелектрику. (б) Ако је коефицијент стојећег таласа у вакууму $KST = 4$, израчунати релативну пермитивност диелектрика ϵ_r . (в) Одредити геометријско место тачака у вакууму у којима је ефективна вредност електричног поља максимална.



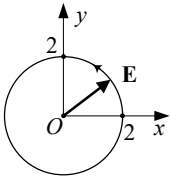
Напомена:

У цилиндричном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),
ОДРЖАНОГ 17. ЈАНУАРА 2022. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (а) $\mathbf{A} = 0$. (б) $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$. (в) На основу ове везе и познатог вектора \mathbf{A} на оси соленоида вектор \mathbf{B} на оси соленоида се не може одредити. За одређивање вектора \mathbf{B} на оси соленоида потребно је познавати вектор \mathbf{A} и у околини осе соленоида.
2. $\beta D \approx \beta l = 2\pi$, где је D максимални дијаметар проводника. Следи да се поље не може сматрати споропроменљивим у овом случају.
3. (а) $\text{rot } \underline{\mathbf{E}} = -j\omega\mu_0 \underline{\mathbf{H}}$, $\text{rot } \underline{\mathbf{H}} = j\omega\varepsilon_0 \underline{\mathbf{E}}$, $\text{div } \underline{\mathbf{E}} = 0$, $\text{div } \underline{\mathbf{H}} = 0$. (б) $\Delta \underline{\mathbf{H}} + \omega^2\varepsilon_0\mu_0 \underline{\mathbf{H}} = 0$.
4. $P = \text{Re} \left\{ \oint_S (\underline{\mathbf{E}} \times \underline{\mathbf{H}}^*) \cdot (-d\mathbf{S}\mathbf{n}) \right\}$. Орт нормалне оријентисан је од површи домена ка споља.
5. (а) Најопштији облик поларизације је елиптичка поларизација.
(б) Вектор је кружно поларизован.



6. (а) $\underline{\mathbf{E}}(t) = \sqrt{2}E \cos(\omega t + \pi - \beta(2x/\sqrt{5} + y/\sqrt{5}))\mathbf{i}_z$. (б) $\underline{\mathbf{H}}(t) = \sqrt{2}E \cos(\omega t + \pi - \beta(2x/\sqrt{5} + y/\sqrt{5})) \cdot \frac{\mathbf{i}_x - 2\mathbf{i}_y}{\sqrt{5}}$.

ЗАДАЦИ

1. (а) $\underline{\rho}_s = -\frac{J_{s0}e^{-j\beta r/2}}{j\omega r} \left(1 - j\frac{\beta r}{2}\right)$, $\underline{Q}'(r=a) = -\frac{J_{s0}e^{-j\beta a/2}}{j\omega}$, $\underline{Q}'(r=b) = \frac{J_{s0}e^{-j\beta b/2}}{j\omega}$. (б) $\underline{\mathbf{E}}_{\text{ind}} = \omega \frac{\mu_0 J_{s0}}{6\beta\pi} \left(e^{-j\frac{3}{2}\beta b} - e^{-j\frac{3}{2}\beta a} \right) \mathbf{i}_y$.
2. (а) $\underline{\mathbf{E}}_{\text{rez1}} = Z_1 H (e^{-j\beta_1 z} + R e^{+j\beta_1 z}) \mathbf{i}_x$, $\underline{\mathbf{H}}_{\text{rez1}} = H (e^{-j\beta_1 z} - R e^{+j\beta_1 z}) \mathbf{i}_x$, $\underline{\mathbf{E}}_{\text{rez2}} = T Z_1 H e^{-j\beta_2 z} \mathbf{i}_x$, и $\underline{\mathbf{H}}_{\text{rez2}} = T \frac{Z_1}{Z_2} H e^{-j\beta_2 z} \mathbf{i}_y$ где је
- $$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \frac{1 - \sqrt{\varepsilon_r}}{1 + \sqrt{\varepsilon_r}} < 0, \quad T = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1} = \frac{2}{1 + \sqrt{\varepsilon_r}}, \quad \beta_1 = \beta_0 = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}, \quad \beta_2 = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r}, \quad Z_1 = Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \quad \text{и} \quad Z_2 = \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}.$$
- (б) $\varepsilon_r = 16$.
- (в) Максимуми ефективне вредности електричног поља налазе се у равнима одређеним са $z_n = \frac{(2n-1)}{4f\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$, $n = 0, -1, -2, \dots$

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 23. ЈАНУАРА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 23. ЈАНУАРА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.