

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

5. јун 2023.

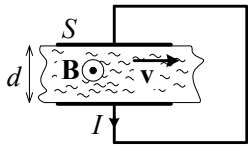
**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

1. Између електрода плочастог кондензатора протиче проводна течност, специфичне проводности  $\sigma$ , константном брзином  $v$ , као на слици. Површина сваке електроде кондензатора је  $S$ , а растојање између електрода је  $d$  ( $S \gg d^2$ ). Кондензатор се налази у хомогеном стационарном магнетском пољу, магнетске индукције  $\mathbf{B}$  (вектор  $\mathbf{B}$  паралелан електродама, а нормалан на вектор  $\mathbf{v}$ ). Ако су електроде кондензатора кратко спојене, а кроз краткоспојник протиче стационарна струја јачине  $I$  према референтном смеру са слике, одредити брзину протикања течности,  $v$ .



2. У кружном завојку полупречника  $a$  постоји споропроменљива струја  $i(t)$ . Одредити вектор индукованог електричног поља у центру завојка.

3. Написати потпуни систем Максвелових једначина у диференцијалном облику у временском домену за случај нехомогене и нелинеарне средине.

4. (а) Написати Лоренцов услов у комплексном облику за линеарну хомогену средину, пермитивности  $\epsilon$  и пермеабилности  $\mu$ . (б) Полазећи од израза за вектор јачине електричног поља преко електричног скалар-потенцијала и магнетског вектор-потенцијала, и Лоренцовог услова добијеног под (а), извести израз за комплексни вектор јачине електричног поља само у функцији магнетског вектор-потенцијала.

(а)	(б)

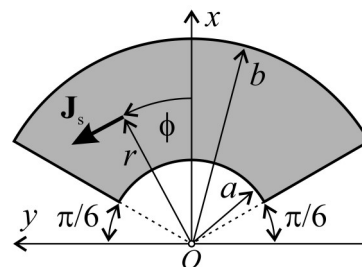
5. Дат је комплексни вектор јачине електричног поља  $\underline{E} = (2\mathbf{i}_x - j\sqrt{3}\mathbf{i}_z)$  mV/m. Кружна учестаност је  $\omega$ . Одредити (а) тренутни вектор јачине електричног поља и (б) тренутни интензитет вектора јачине електричног поља. (в) Како је поларизован овај вектор? Образложити одговор.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

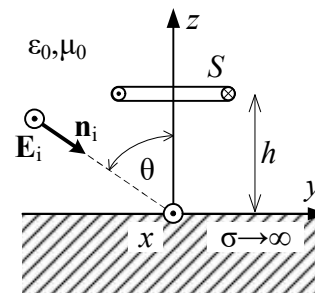
6. Раван униформан простопериодичан TEM талас, учестаности  $f$ , простире се у правцу и смера орта  $\mathbf{n}$  кроз добар проводник, специфичне проводности  $\sigma$  и пермеабилности  $\mu_0$ . У тачки одређеној вектором положаја  $\mathbf{r}_0$  познат је комплексни вектор јачине електричног поља,  $\underline{E}(\mathbf{r}_0) = \mathbf{E}_0$ . Одредити израз за комплексни вектор јачине електричног поља у произвољној тачки простора  $\underline{E}(\mathbf{r})$ .

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји брзопроменљива струја само по површи исечка кружног прстена, унутрашњег полупречника  $a$  и спољашњег полупречника  $b$ , као на слици. Вектор густине површинске струје, у цилиндричном координатном систему, дат је изразом  $\mathbf{J}_s(r, \phi, t) = \sqrt{2}J_{s0} \cos \phi \cos(\omega(t + r\sqrt{\epsilon_0\mu_0})) \mathbf{i}_\phi$ ,  $a \leq r \leq b$ ,  $-\pi/3 \leq \phi \leq \pi/3$ , где су  $J_{s0}$  и  $\omega$  познате константе. Одредити, у комплексном облику, изразе за (а) расподелу површинског наелектрисања исечка, (б) вектор јачине индукованог електричног поља у тачки  $O$ , и (в) вектор магнетске индукције у тачки  $O$ .



2. Раван униформан простопериодичан нормално поларизован TEM талас, учестаности  $f$  и ефективне вредности електричног поља  $E$ , наилази из вакуума, под углом  $\theta$  у односу на нормалу, на савршено проводну раван. Одредити изразе за (а) комплексне векторе резултантног електричног и магнетског поља изнад равни ( $z > 0$ ), (б) расподелу индукованих струја и наелектрисања на равни ( $z = 0$ ) и (в) висину  $h$  изнад равни на коју треба поставити електрички малу хоризонталну контуру, површине  $S$ , тако да ефективна вредност емс индуковане у њој буде максимална. (г) Ако је  $E = 2$  V/m,  $f = 433$  MHz,  $\theta = 60^\circ$  и  $S = 1,2$  cm<sup>2</sup>, израчунати ту максималну ефективну вредност емс.



### Напомена:

У цилиндричном координатном систему је  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),  
ОДРЖАНОГ 5. ЈУНА 2023. ГОДИНЕ

**ПИТАЊА**

1.  $v = \frac{I}{\sigma BS}$ .

2.  $\mathbf{E}_{\text{ind}} = 0$ .

3.  $\text{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$ ,  $\text{rot}\mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}$ ,  $\text{div}\mathbf{D} = \rho$ ,  $\text{div}\mathbf{B} = 0$ ,  $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{E})$ ,  $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{H})$  и  $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E})$ .

4. (а)  $\text{div}\mathbf{A} = -j\omega\epsilon\mu V$ . (б)  $\mathbf{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon\mu} \text{grad div}\mathbf{A} - j\omega\mathbf{A} = -j\omega\left(\mathbf{A} + \frac{1}{\beta^2} \text{grad div}\mathbf{A}\right)$ .

5. (а)  $\mathbf{E}(t) = 2\sqrt{2} \cos \omega t \mathbf{i}_x + \sqrt{6} \sin \omega t \mathbf{i}_z$  mV/m. (б)  $E(t) = \sqrt{6 + 2 \cos^2 \omega t}$  mV/m. (в) Вектор је поларизован елиптички.

6.  $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{-\sqrt{\pi\mu_0/\sigma}(1+j)(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\cdot\mathbf{n}}$

**ЗАДАЦИ**

1. (а)  $\underline{\rho}_s = -j \frac{J_{s0}}{\omega} \sin \phi \frac{e^{j\beta r}}{r}$ ,  $\beta = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ . (б)  $\mathbf{E}_{\text{ind}} = -j\omega \frac{\mu_0 J_{s0}}{4\pi} (b-a) \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right) \mathbf{i}_y$ . (в)  $\mathbf{B} = \frac{\sqrt{3}\mu_0 J_{s0}}{4\pi} \left(\ln \frac{b}{a} + j\beta(b-a)\right) \mathbf{i}_z$ .

2. (а)  $\mathbf{E} = j2E e^{-j\beta y \sin \theta} \sin(\beta z \cos \theta) \mathbf{i}_x$ ,  $\mathbf{H} = -2 \frac{E}{Z_0} e^{-j\beta y \sin \theta} (\cos \theta \cos(\beta z \cos \theta) \mathbf{i}_y + j \sin \theta \sin(\beta z \cos \theta) \mathbf{i}_z)$ .

(б)  $\mathbf{J}_s = 2 \frac{E}{Z_0} \cos \theta e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_x$ . (в)  $h_n = \frac{\lambda}{4 \cos \theta} (2n+1)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . (г)  $\epsilon_{\text{ind,max}} \approx 3,77$  mV

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕНИ ДО 12. ЈУНА У 11:00 ЧАСОВА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ (У СОБИ 63) ЈЕ 12. ЈУНА ОД 11:00 ДО 11:30 ЧАСОВА.

Са предмета Електромагнетика