

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

22. септембар 2023.

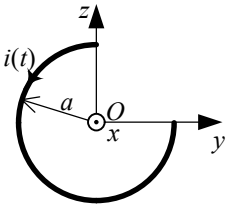
**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

## ПИТАЊА

1. У планарној контури, облика кружног лука, полупречника  $a$ , постоји споропроменљива струја  $i(t)$ . Контура лежи у  $yOz$ -равни. Одредити израз за вектор јачине индукованог електричног поља у центру лука (тачка  $O$ ). Средина је вакуум.



2. (а) Написати потпун систем диференцијалних једначина за квазистационарно електромагнетско поље у нехомогеној нелинеарној средини у којој постоји побудно поље. (б) Полазећи од једначина добијених под (а) извести одговарајућу једначину континуитета за дату средину.

(а)	(б)
-----	-----

3. Полазећи од потпуног система диференцијалних једначина у комплексном облику за брзопроменљиво електромагнетско поље, у линеарном несавршеном немагнетском диелектрику, за домен у којем нема побудног поља ни побудних струја, извести таласну једначину за вектор јачине електричног поља.

4. (а) Написати израз за електрични скалар-потенцијал у вакууму, у домену  $v$ , у којем постоје брзопроменљива слободна наелектрисања, комплексне запреминске густине  $\underline{\rho}(\mathbf{r})$ . (б) На основу израза под (а) и везе између вектора јачине електричног поља и електричног скалар-потенцијала, извести израз за вектор јачине електричног поља услед вишка наелектрисања. Нацртати слику и означити потребне величине.

(а)	(б)
-----	-----

5. Одредити (а) минималну, (б) максималну и (в) ефективну вредност комплексног вектора  $\underline{\mathbf{A}} = -\mathbf{i}_x + j3\mathbf{i}_y + 2\mathbf{i}_z$ .

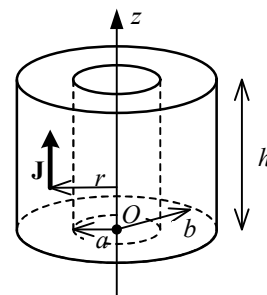
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

6. Раван униформан простопериодичан линијски поларизован TEM талас, учестаности  $f$ , простира се кроз вакуум у правцу  $z$ -осе Декартовог координатног система. У тренутку  $t=0$  вектор јачине електричног поља таласа у координатном почетку лежи на позитивном делу  $x$ -осе. Ефективна вредност електричног поља је  $E$ . Написати изразе за: (а) комплексни вектор јачине електричног поља, (б) комплексни вектор јачине магнетског поља, и (в) комплексни Поинтингов вектор таласа.

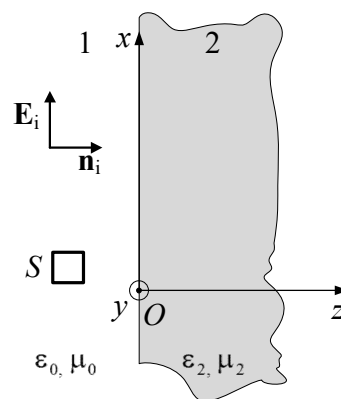
(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји простопериодична, брзопроменљива струја расподељена по запремини шупљег цилиндра, унутрашњег полупречника  $a$ , спољашњег полупречника  $b$  и висине  $h$ . Вектор густине струје је дат изразом у цилиндричном координатном систему,  $\mathbf{J} = J_0(z/h)\cos(\omega t + \beta\sqrt{r^2 + z^2})\mathbf{i}_z$ , где је  $J_0$  константа,  $\omega$  кружна учестаност, а  $\beta = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$  фазни коефицијент. Одредити (а) расподелу слободног наелектрисања цилиндра и (б) комплексни вектор јачине индукованог електричног поља у координатном почетку (тачка  $O$ ).



2. Раван униформан простопериодичан линијски поларизован TEM талас, ефективне вредности јачине електричног поља  $E$  и учестаности  $f$ , наилази из вакуума (средина 1) нормално на бесконачну развојну површ са савршеним диелектриком (средина 2), пермитивности  $\epsilon_2 = \epsilon_r\epsilon_0$  и пермеабилности  $\mu_2 = \mu_0$ , као на слици. (а) За координатни систем са слике извести изразе за резултантне комплексне векторе јачине електричног и магнетског поља у вакууму и диелектрику. (б) Где у вакууму треба поставити електрички малу, равну контуру, паралелну  $xOz$ -равни и површине  $S = 10\text{ cm}^2$ , тако да ефективна вредност индуковане емс у њој буде максимална? Израчунати ту максималну ефективну емс, ако је  $E = 0,7\text{ V/m}$ ,  $\epsilon_r = 3$  и  $f = 200\text{ MHz}$ .



### Напомене:

У сферном координатном систему је  $\text{grad } f = \frac{\partial f}{\partial r}\mathbf{i}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\mathbf{i}_\phi$ .

У цилиндричном координатном систему је  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ .

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),  
ОДРЖАНОГ 22. СЕПТЕМБРА 2023. ГОДИНЕ**

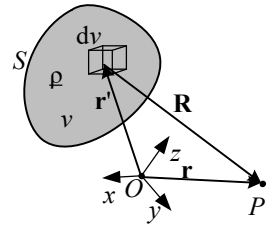
**ПИТАЊА**

1.  $\underline{E}_{\text{ind}}(t) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{di}{dt} (\mathbf{i}_y - \mathbf{i}_z).$

2. (a)  $\text{rot } \underline{E} = -\frac{\partial \underline{B}}{\partial t}, \quad \text{rot } \underline{H} = \underline{J},$   $\left. \begin{array}{l} \underline{D} = \epsilon_0 \underline{E} + \underline{P}, \\ \underline{H} = \frac{\underline{B}}{\mu_0} - \underline{M}, \end{array} \right\} \begin{array}{l} \underline{P} = \underline{P}(\underline{E}), \\ \underline{M} = \underline{M}(\underline{B}), \\ \underline{J} = \underline{J}(\underline{E} + \underline{E}_i). \end{array} \quad (\text{б}) \quad \text{div } \underline{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}.$

3.  $\Delta \underline{E} - j\omega\sigma\mu_0 \underline{E} + \omega^2\epsilon\mu_0 \underline{E} = 0.$

4. (a)  $\underline{V}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_v \frac{\rho(\mathbf{r}') e^{-j\beta R}}{R} dv,$   $(\text{б}) \quad \underline{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_v \frac{\rho(\mathbf{r}') \cdot (1 + j\beta R) e^{-j\beta R}}{R^2} \mathbf{i}_R dv.$   
 где је  $R = |\mathbf{R}| = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, \quad \beta = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}.$



5. (a)  $A_{\text{min}} = \sqrt{10}.$  (б)  $A_{\text{max}} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}.$  (в)  $A_{\text{eff}} = \sqrt{14}.$

6. (a)  $\underline{E} = E e^{-j\beta z} \mathbf{i}_x.$  (б)  $\underline{H} = \frac{E}{Z_0} e^{-j\beta z} \mathbf{i}_y.$  (в)  $\underline{P} = \frac{E^2}{Z_0} \mathbf{i}_z.$   $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}, \quad \beta = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}.$

**ЗАДАЦИ**

1. (a) Запреминска густина наелектрисања  $\rho = -\frac{J_0}{\sqrt{2}j\omega h} \left(1 + \frac{j\beta z^2}{\sqrt{r^2 + z^2}}\right) e^{j\beta\sqrt{r^2 + z^2}},$  површинска густина наелектрисања на горњем базису ( $z = h$ )  $\rho_s = \frac{J_0}{\sqrt{2}j\omega} e^{j\beta\sqrt{r^2 + z^2}}.$  (б)  $\underline{E}_{\text{ind}} = -j\omega \frac{\mu_0 J_0}{6\sqrt{2}h} \left( (b^2 + h^2)^{\frac{3}{2}} - b^3 - (a^2 + h^2)^{\frac{3}{2}} + a^3 \right) \mathbf{i}_z.$

2. (a)  $\underline{E}_1 = E \left( e^{-j\beta_1 z} + \frac{1 - \sqrt{\epsilon_r}}{1 + \sqrt{\epsilon_r}} e^{j\beta_1 z} \right) \mathbf{i}_x,$   $\underline{H}_1 = \frac{E}{\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}} \left( e^{-j\beta_1 z} - \frac{1 - \sqrt{\epsilon_r}}{1 + \sqrt{\epsilon_r}} e^{j\beta_1 z} \right) \mathbf{i}_y,$   
 $\underline{E}_2 = E \frac{2}{1 + \sqrt{\epsilon_r}} e^{-j\beta_2 z} \mathbf{i}_x,$   $\underline{H}_2 = \frac{E}{\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}} \frac{2\sqrt{\epsilon_r}}{\sqrt{\epsilon_r} + 1} e^{-j\beta_2 z} \mathbf{i}_y,$   $\beta_1 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}, \quad \beta_2 = \beta_1\sqrt{\epsilon_r}.$

(б)  $z_n = -\frac{n\pi}{\beta_1}, n = 1, 2, 3, \dots$   $\epsilon_{\text{ind}} \approx 3,72 \text{ mV}.$

Са предмета Електромагнетика