

КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

14. април 2024.

Напомене. Колоквијум траје 120 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овог папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табlici. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ					Укупно поена	
Индекс година/број	Презиме и име					
/						
ПИТАЊА				ЗАДАЦИ		
1	2	3	4	1	2	

ПИТАЊА

1. У лопти од диелектрика, полупречника a , познат је вектор поларизације $\mathbf{P} = P_0(r/a)\mathbf{i}_r$, $0 \leq r \leq a$, где су P_0 и a константе, а r и \mathbf{i}_r радијална координата, односно јединични вектор у радијалном правцу сферног координатног система чији се координатни почетак поклапа са центром лопте. Одредити изразе за (а) густину запреминског везаног наелектрисања, (б) густину површинског везаног наелектрисања, (в) укупну количину запреминског везаног наелектрисања и (г) укупну количину површинског везаног наелектрисања лопте.

(а)	(б)	(в)	(г)
-----	-----	-----	-----

2. За случај стационарног струјног поља написати (а) потпун систем интегралних једначина, (б) потпун систем диференцијалних једначина и (в) граничне услове.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

3. Одредити израз за вектор густине запреминских Амперових струја у хомогеном линеарном феромагнетику пермеабилности μ , уколико је у свакој тачки феромагнетика познат вектор (а) густине запреминских кондукционих струја \mathbf{J} , односно (б) магнетског вектор-потенцијала \mathbf{A} .

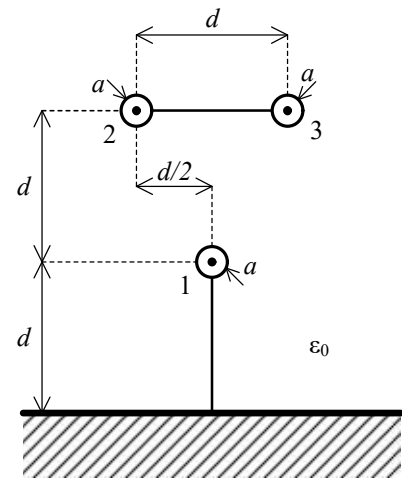
(а)	(б)
-----	-----

4. Вектор магнетске индукције сталног магнетског поља дат је изразом у Декартовом координатном систему: $\mathbf{B} = B_0 \left(\frac{2x^3}{a^3} \mathbf{i}_y + \frac{xy}{a^2} \mathbf{i}_z \right)$, где су a и B_0 познате константе и $0 \leq x, y, z \leq a$. Средина је ваздух. Одредити израз за вектор густине запреминских струја у домену $0 \leq x, y, z \leq a$.

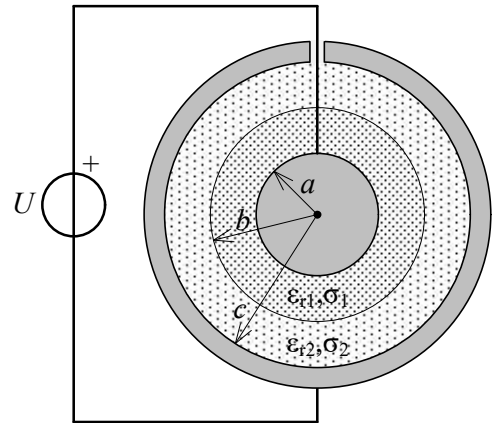
--

ЗАДАЦИ

1. Три веома дугачка паралелна цилиндрична проводника, полупречника попречног пресека a , постављена су у ваздуху изнад бесконачне проводне равни, као што је приказано на слици, при чему је $d (d \gg a)$ позната дужина. Проводници 2 и 3 су међусобно галвански повезани, док је проводник 1 галвански повезан са проводном равни. (а) Одредити изразе коефицијенте потенцијала овог система проводника. (б) Одредити израз за подужну капацитивност оваквог вода у функцији коефицијената потенцијала одређених у тачки (а).



2. Сферни кондензатор, полупречника електрода $a = 5 \text{ cm}$ и $c = 15 \text{ cm}$, испуњен је са два концентрична хомогена слоја несавршеног диелектрика, као што је приказано на слици. Полупречник раздвојне површи два слоја је $b = 10 \text{ cm}$. Пермитивност и специфична проводност диелектрика су $\epsilon_{r1} = 12$ и $\sigma_1 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ S/m}$ за унутрашњи слој и $\epsilon_{r2} = 7$ и $\sigma_2 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ S/m}$ за спољашњи слој. Кондензатор је прикључен на идеалан напонски генератор временски константног напона $U = 50 \text{ V}$. Израчунати (а) проводност кондензатора, (б) запремиснку густину слободног наелектрисања у унутрашњем и спољашњем слоју, ρ_1 и ρ_2 , и (в) површиснке густине слободног наелектрисања на све три раздвојне површи, ρ_{sa} , ρ_{sb} и ρ_{sc} .



Напомена:

У сферном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ
ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ), ОДРЖАНОГ
14. АПРИЛА 2024. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\rho_p = -\frac{3P_0}{a}$. (б) $\rho_{ps} = P_0$. (в) $Q_{pv} = -4\pi a^2 P_0$. (г) $Q_{ps} = 4\pi a^2 P_0$.

2. (a) $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$, $\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = 0$, $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E})$. (б) $\text{rot } \mathbf{E} = 0$, $\text{div } \mathbf{J} = 0$, $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E})$. (в) $\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0$, $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{J}_1 - \mathbf{J}_2) = 0$.

3. (a) $\mathbf{J}_A = \mathbf{J} \frac{\mu - \mu_0}{\mu_0}$. (б) $\mathbf{J}_A = -\Delta \mathbf{A} \frac{\mu - \mu_0}{\mu \mu_0}$.

4. $\mathbf{J} = \frac{B_0}{\mu_0 a^2} \left(x \mathbf{i}_x - y \mathbf{i}_y + \frac{6x^2}{a} \mathbf{i}_z \right)$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $a_{11} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2d}{a}$, $a_{22} = a_{33} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{4d}{a}$, $a_{12} = a_{21} = a_{13} = a_{31} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{(3d)^2 + (d/2)^2}}{\sqrt{d^2 + (d/2)^2}} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \sqrt{\frac{37}{5}}$,

$a_{23} = a_{32} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{(4d)^2 + d^2}}{d} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \sqrt{17}$.

(б) $C' = \frac{2a_{11}}{a_{11}(a_{22} + a_{23}) - a_{21}(a_{12} + a_{13})} = \frac{2a_{11}}{a_{11}(a_{22} + a_{23}) - 2a_{12}^2}$.

2. (a) $G = \frac{4\pi}{\frac{b-a}{ab\sigma_1} + \frac{c-b}{bc\sigma_2}} = 18,17 \mu\text{S}$. (б) $\rho_1 = \rho_2 = 0$. (в) $\rho_{sa} = \frac{GU\epsilon_0\epsilon_{r1}}{4\pi\sigma_1 a^2} = 7,68 \frac{\text{nC}}{\text{m}^2}$, $\rho_{sb} = \frac{GU\epsilon_0}{4\pi b^2} \left(\frac{\epsilon_{r2}}{\sigma_2} - \frac{\epsilon_{r1}}{\sigma_1} \right) = 87,69 \frac{\text{nC}}{\text{m}^2}$ и

$\rho_{sc} = -\frac{GU\epsilon_0\epsilon_{r2}}{4\pi\sigma_2 c^2} = -39,83 \frac{\text{nC}}{\text{m}^2}$.

Са предмета Електромагнетика