

# ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

3. јун 2024.

**Напомене.** Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.			Укупно

## ПИТАЊА

1. (а) Написати, у временском домену, потпун систем диференцијалних једначина за споропроменљиво електромагнетско поље у хомогеном линеарном домену, запремине  $v$ , пермитивности  $\epsilon$ , пермеабилности  $\mu$  и специфичне проводности  $\sigma$ , у којем нема побудних струја ни побудног поља. (б) Написати израз за тренутну снагу Цулових губитака у домену, ако је у свакој тачки домена познат комплексни вектор јачине електричног поља  $\mathbf{E}$ .

(а)	(б)
-----	-----

2. (а) Написати Лоренцов услов у временском облику у вакууму. (б) Полазећи од израза добијеног под (а) и везе вектора јачине електричног поља и потенцијала, извести диференцијалну једначину коју задовољава брзопроменљиви електрични скалар-потенцијал  $V$  у вакууму. У свакој тачки простора позната је запреминска густина наелектрисања,  $\rho$ .

(а)	(б)
-----	-----

3. Полазећи од потпуног система диференцијалних једначина у комплексном облику, извести израз за Поинтингову теорему у хомогеној линеарној средини, у којој постоје побудне струје. Објаснити значење сваког члана у изразу.

--

4. (а) Навести основне особине равних униформних ТЕМ таласа који се простиру у хомогеној средини без губитака пермитивности  $\epsilon$  и пермеабилности  $\mu$ . (б) Одредити средњу запреминску густину електромагнетске енергије таквог таласа, ако је ефективна вредност вектора јачине електричног поља таласа  $E$ .

(а)	(б)
-----	-----

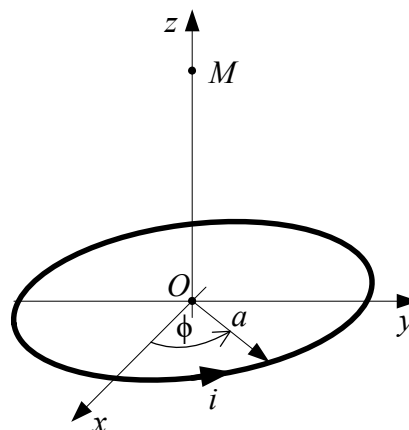
5. (а) Полазећи од потпуног система диференцијалних једначина у временском домену за брзопроменљиво поље у вакууму, извести таласну једначину за вектор јачине магнетског поља у домену у којем нема извора поља. (б) Проверити да ли једначину добијену под (а) задовољава магнетско поље описано вектором  $\mathbf{H} = H_0 e^{-(t-z/c_0)^2/T^2} \mathbf{i}_y$ , где је  $c_0$  брзина простирања таласа у вакууму, а  $T$  позната позитивна константа. Образложити одговор.

(а)	(б)
-----	-----

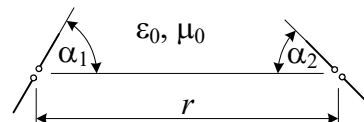
6. Антена се напаја простопериодичном струјом ефективне вредности  $I$  и учестаности  $f$ . Дата је карактеристична функција зрачења антене,  $\mathbf{F}(\theta, \phi)$ , где су  $\theta$  и  $\phi$  углови сферног координатног система, са почетком у тачки напајања антене. Одредити израз за комплексни Поинтингов вектор таласа који емитује антена, на одстојању  $r$ , у зони зрачења.

### ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји брзопроменљива простопериодична струја, кружне учестаности  $\omega$ , у танкој кружној жичаној контури полупречника  $a$ , приказаној на слици. Контура лежи у  $Oxy$  равни, а центар контуре је у координатном почетку. Временска зависност струје у односу на референтни смер на слици је  $i(\phi, t) = \sqrt{2} I_0 \cos(\phi/2) \cos(\omega t)$ ,  $-\pi < \phi \leq \pi$ , где је  $I_0$  константа. Одредити у комплексном облику изразе за (а) расподелу подужног наелектрисања контуре и (б) вектор магнетске индукције у тачки  $M(0,0,3a)$ .



2. Предајна и пријемна антена су полуталасни диполи који се налазе на међусобном растојању  $r = 100 \text{ m}$ , као што је приказано на слици. Предајни дипол заклапа угао  $\alpha_1 = \pi/3$  са потегом и напаја се из генератора учестаности  $f = 2,5 \text{ GHz}$  снагом  $P_0 = 2 \text{ W}$ . Пријемни дипол заклапа угао  $\alpha_2 = \pi/4$  са потегом. (а) Израчунати снагу коју пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику. (б) Како треба поставити предајну и пријемну антену, за задато растојање, тако да пренос сигнала буде максималан (одредити одговарајуће углове  $\alpha_1^{(2)} \in [0, \pi)$  и  $\alpha_2^{(2)} \in [0, \pi)$ )? Израчунати снагу коју предаје пријемна антена прилагођеном пријемнику у том случају.



**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА  
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),  
ОДРЖАНОГ 3. ЈУНА 2024. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (a)  $\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ ,  $\operatorname{rot} \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E}$ , (б)  $P_j(t) = \int_v \sigma |\mathbf{E}(t)|^2 dv$ .  
 $\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$ ,  $\operatorname{div} \mathbf{H} = 0$ .

2. (a)  $\operatorname{div} \mathbf{A} = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial V}{\partial t}$ . (б)  $\Delta V - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ .

3. 
$$-\underbrace{\int_v \mathbf{J}_i^* \cdot \mathbf{E} dv}_{\text{Снага генератора}} = \underbrace{\int_v \sigma |\mathbf{E}|^2 dv}_{\text{Цуловни губици}} + \underbrace{j\omega \int_v (\mu |\mathbf{H}|^2 - \epsilon^* |\mathbf{E}|^2) dv}_{\text{Стварање и одржавање ЕМ поља}} + \underbrace{\oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{S}}_{\text{Размена електромагнетске енергије кроз S}}.$$

4. (a)

1. Вектори  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  су међусобно управни и управни на правац простирања. Смер је одређен смером Поинтинговог вектора  $\mathcal{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ .

2. Вектори јачине електричног и магнетског поља у су константни у трансверзалним равнинама.

3. Однос тренутних интензитета  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  у произвољној тачки диелектрика вода је једнак импеданси средине

$$E/H = Z = \sqrt{\mu/\epsilon}.$$

4. Брзина простирања таласа износи  $c = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$ .

(б)  $w_{em} = \epsilon E^2$ .

5. (a)  $\Delta \mathbf{H} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0$ . (б) Поље задовољава једначину.

6.  $\mathcal{P} = \frac{Z_0 I^2}{4\pi^2 r^2} |\mathbf{E}(\theta, \phi)|^2 \mathbf{i}_r$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $\underline{Q}' = -\frac{jI_0}{2\omega a} \sin(\phi/2)$ . (б)  $\underline{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 I_0 \sqrt{10}}{100\pi a} (1 + j\beta a \sqrt{10}) e^{-j\beta a \sqrt{10}} (\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_z)$ ,  $\beta = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ .

2. (a)  $P_p = 12,9 \text{ nW}$ . (б)  $\alpha_1^{(2)} = \frac{\pi}{2}$ ,  $\alpha_2^{(2)} = \frac{\pi}{2}$ ,  $P_{p \max} = 49,2 \text{ nW}$ .

Са предмета Електромагнетика