

# КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

3. јун 2024.

**Напомене.** Колоквијум траје 120 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овог папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табlici. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

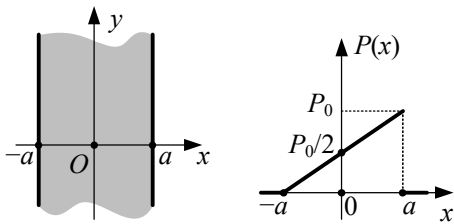
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ					Укупно поена	
Индекс година/број	Презиме и име					
/						
ПИТАЊА				ЗАДАЦИ		
1	2	3	4	1	2	

## ПИТАЊА

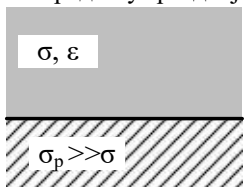
1. (а) Написати потпун систем диференцијалних једначина за електростатичко поље у вакууму. (б) Извести Поасонову једначину у сферном координатном систему унутар и изван сфере полупречника  $a$ , која је испуњена запреминским наелектрисањем константне густине  $\rho$ . Координатни почетак је у центру сфере, а средина је вакуум.

(а)	(б)
-----	-----

2. У бесконачној диелектричној плочи дуж  $y$  и  $z$  правца, дебљине  $d = 2a$ , која се налази у вакууму, постоји заостала поларизација. Вектор поларизације је  $\mathbf{P} = P(x)\mathbf{i}_x$ , где је  $P(x)$  функција описана графиком, а  $P_0$  је константа. Одредити расподелу везаних наелектрисања плоче.



3. На раздвојној површи доброг проводника и несавршеног диелектрика, пермитивности  $\epsilon$  и специфичне проводности  $\sigma$ , у стационарном струјном пољу, позната је површинска густина слободног наелектрисања  $\rho_s$ . Одредити, у диелектрику непосредно уз раздвојну површ, (а) вектор густине струје и (б) површинску густину везаног наелектрисања.

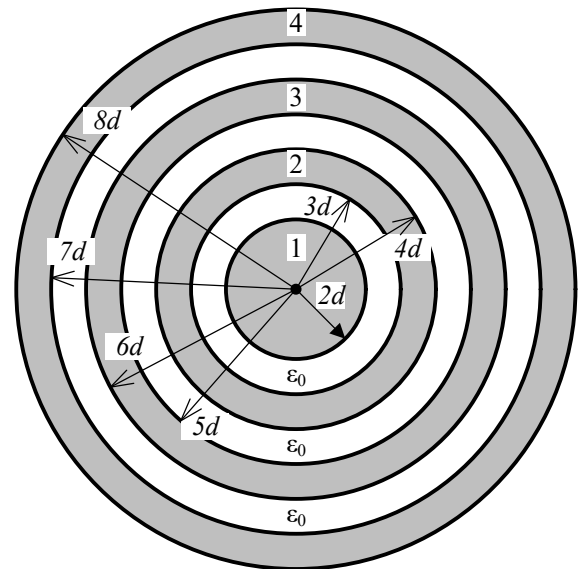


(а)	(б)
-----	-----

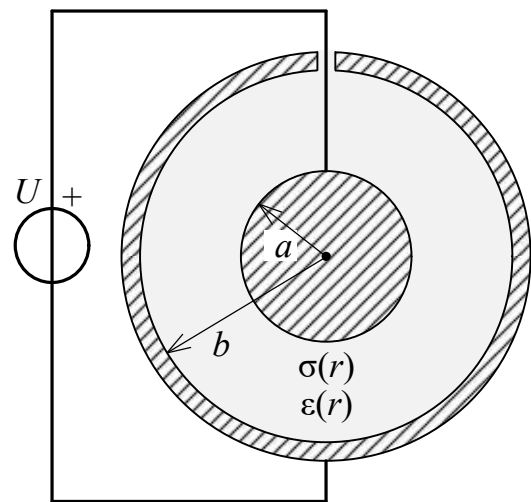
4. (а) Написати потпун систем диференцијалних једначина за стационарно електромагнетско поље у хомогеној линеарној изотропној средини у којој постоји побудно поље. (б) Извести једначину континуитета у датом случају.

## ЗАДАЦИ

1. На слици је приказан попречни пресек система, који се састоји од четири коаксијална цилиндрична веома дугачка проводника, при чему је  $d = 1 \text{ cm}$ . Између проводника је ваздух. Означавајући проводнике редом са 1, 2, 3 и 4 од унутрашњости ка спољашњости система, и узимајући четврти проводник за референтни, израчунати (а) подужне коефицијенте потенцијала система. (б) Ако је први проводник на потенцијалу  $V_1 = 0$ , трећи проводник на потенцијалу  $V_3 = 1 \text{ kV}$ , а други проводник ненаелектрисан, израчунати подужне густине наелектрисиња првог и трећег проводника,  $Q'_1$  и  $Q'_3$ , и потенцијал другог проводника,  $V_2$ .



2. Сферни кондензатор, полупречника електрода  $a$  и  $b$ , испуњен је несавршеним диелектриком, пермитивности  $\varepsilon(r) = \varepsilon_0 r^2 / a^2$  и специфичне проводности  $\sigma(r) = \sigma_0 b / r$ , где је  $\sigma_0$  константа, а  $r$  растојање тачке у диелектрику од центра кондензатора. Кондензатор је прикључен на идеалан напонски генератор временски константног напона  $U$ , као што је приказано на слици. Одредити изразе за (а) проводност кондензатора и (б) запреминску густину слободног наелектрисиња у диелектрику.



**Напомена:**

У сферном координатном систему је  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$

и  $\text{grad } f = \frac{\partial f}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \mathbf{i}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \mathbf{i}_\phi$ .

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ  
ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ), ОДРЖАНОГ  
3. ЈУНА 2024. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (a)  $\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0$ ,  $\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ . (б)  $\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) = \begin{cases} -\frac{\rho}{\epsilon_0}, & r \leq a \\ 0, & r > a \end{cases}$ .

2. Запреминско везано наелектрисување:  $\rho_p = -\frac{P_0}{2a}$ ,  $-a \leq x < a$ .

Површинско везано наелектрисување:  $\rho_{ps1}(x = -a) = 0$ ,  $\rho_{ps2}(x = a) = P_0$ .

3. (a)  $\mathbf{J} = \frac{\sigma}{\epsilon} \rho_s \mathbf{n}$ , (б)  $\rho_{ps} = -\frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon} \rho_s$ .

4.  $\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0$ ,  $\operatorname{rot} \mathbf{H} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{E}_1)$ ,  $\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$ ,  $\operatorname{div} \mathbf{H} = 0$ . (б)  $\operatorname{div} \mathbf{J} = 0$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (a)  $a_{11} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left( \ln \frac{3}{2} + \ln \frac{5}{4} + \ln \frac{7}{6} \right) \approx 14,07 \cdot 10^9 \frac{\text{m}}{\text{F}}$ ,  $a_{12} = a_{21} = a_{22} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left( \ln \frac{5}{4} + \ln \frac{7}{6} \right) \approx 6,78 \cdot 10^9 \frac{\text{m}}{\text{F}}$ ,

$a_{13} = a_{31} = a_{23} = a_{32} = a_{33} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{7}{6} \approx 2,77 \cdot 10^9 \frac{\text{m}}{\text{F}}$ .

(б)  $Q'_1 \approx -88,5 \frac{\text{nC}}{\text{m}}$ ,  $Q'_3 \approx 449,4 \frac{\text{nC}}{\text{m}}$ ,  $V_2 \approx 645 \text{ V}$ .

2. (a)  $G = \frac{4\pi\sigma_0 b}{\ln \frac{b}{a}}$ , (б)  $\rho = \frac{3U\epsilon_0}{a^2 \ln \frac{b}{a}}$ .

Са предмета Електромагнетика