

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

26. август 2024.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

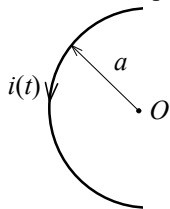
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)							КОЛОКВИЈУМ				
Индекс година/број		Презиме и име									
/							ИСПИТ				
ПИТАЊА					ЗАДАЦИ						
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно	УКУПНО ПОЕНА	ОЦЕНА

ПИТАЊА

1. (а) Написати Фарадејев закон електромагнетске индукције за споропроменљиво електромагнетско поље у диференцијалном облику. (б) Полазећи од израза добијеног под (а) и Стоксове теореме, извести Фарадејев закон у интегралном облику.

(а)	(б)
-----	-----

2. У делу контуре, облика полукружне нити полупречника a , постоји споропроменљива струја $i(t)$. Одредити израз за интензитет вектора индукованог електричног поља у центру полукруга (тачка O). Средина је вакуум.



3. (а) Написати потпун систем диференцијалних једначина у временском облику за брзопроменљиво електромагнетско поље. (б) Полазећи од једначина добијених под (а), извести једначину континуитета. Написати једначину континуитета за случај (в) површинских и (г) линијских струја.

(а)	(б)	(в)	(г)
-----	-----	-----	-----

4. (а) Одредити реалну и имагинарну вредност комплексног представника вектора магнетског поља, датог изразом у временском домену $\mathbf{H}_0(t) = 4H \sin \omega t \mathbf{i}_x + H \cos \omega t \mathbf{i}_z$. Одредити (б) максималну и (в) ефективну вредност интензитета овог вектора.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

5. (a) Написати математички исказ Поинтингове теореме у комплексном домену. (б) Полазећи од израза под (а), проверити Поинтингову теорему за домен у облику сфере, полупречника a , која се налази у вакууму и на коју наилази раван, униформан, линијски поларизован, простопериодичан ТЕМ талас, чији интензитет електричног поља је E . Образложити одговор, нацртати слику и означити потребне величине.

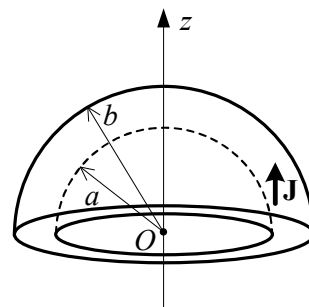
(a)	(б)
-----	-----

6. Раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, учестаности f , простира се у правцу и смеру јединичног вектора $\mathbf{n} = (\mathbf{i}_y + 3\mathbf{i}_z)/\sqrt{10}$ кроз добар диелектрик пермитивности ϵ , пермеабилности μ и специфичне проводности σ . У координатном почетку ефективна вредност вектора јачине електричног поља таласа износи E_0 . Одредити (а) фазни коефицијент и коефицијент слабљења у диелектрику и (б) ефективну вредност вектора јачине електричног поља у тачки $\mathbf{r} = (a\sqrt{20}\mathbf{i}_x + a\sqrt{10}\mathbf{i}_y)$.

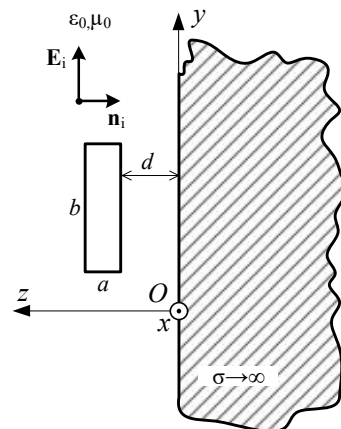
(a)	(б)
-----	-----

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји брзопроменљива простопериодична струја, кружне учестаности ω , само по запремини полусферне љуске унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b , као на слици. Вектор густине запреминских струја дат је изразом $\mathbf{J} = \sqrt{2}J_0 \cos \omega t \mathbf{i}_z$, где је J_0 константа. Одредити у комплексном облику изразе за (а) расподелу запреминског наелектривања љуске, (б) расподелу површинског наелектривања љуске и (в) магнетски вектор-потенцијал у тачки O .



2. Раван униформан простопериодичан паралелно поларизован ТЕМ талас, таласне дужине λ и ефективне вредности јачине електричног поља E_i , наилази из вакуума, управно на савршено проводну раван, као на слици. У равни цртежа лежи и правоугаона жичана контура, дужина страница $a = \lambda/4$ и $b = \lambda$, тако да су странице дужине b паралелне проводној равни, а ближа од њих на растојању $d = 5\lambda/6$ од проводне равни (а) Одредити комплексне изразе за векторе јачине електричног и магнетског поља у вакууму. (б) Уколико је $E_i = 0,4 \text{ V/m}$ и $\lambda = 0,3 \text{ m}$, израчунати ефективну вредност индуковане електромоторне силе у правоугаоној жичаној контури. Контура се не може сматрати електрички малом.



Напомена:

У сферном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),
ОДРЖАНОГ 26. АВГУСТА 2024. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$. (б) $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$.

2. $|\mathbf{E}_{\text{ind}}(t)| = \frac{\mu_0}{2\pi} \left| \frac{di}{dt} \right|$.

3. (a) $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}$, $\text{div } \mathbf{D} = \rho$, $\text{div } \mathbf{B} = 0$. (б) $\text{div } \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$. (в) $\text{div}_s \mathbf{J}_s = -\frac{\partial \rho_s}{\partial t}$. (г) $\frac{\partial i(l)}{\partial l} = -\frac{\partial Q'}{\partial t}$.

4. (a) $\mathbf{H}_{0,\text{re}} = -2\sqrt{2}H \mathbf{i}_x$, $\mathbf{H}_{0,\text{im}} = \frac{1}{\sqrt{2}}H \mathbf{i}_z$. (б) $H_{0,\text{max}} = 4H$. (в) $H_{0,\text{eff}} = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}}H$.

5. (a) $-\int_V \mathbf{J}_i^* \cdot \mathbf{E} dv = \int_V \sigma |\mathbf{E}|^2 dv + j\omega \int_V (\mu |\mathbf{H}|^2 - \varepsilon^* |\mathbf{E}|^2) dv + \int_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{S}$. (б) $j\omega \int_V (\mu_0 |\mathbf{H}|^2 - \varepsilon_0 |\mathbf{E}|^2) dv = \int_S \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S} = 0$.

Снага генератора
Цулови губици
Стварање и одржавање ЕМ поља
Размена електромагнетске енергије кроз S

6. (a) $\alpha = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$, $\beta = 2\pi f \sqrt{\varepsilon \mu}$. (б) $|\mathbf{E}(t)| = E_0 e^{-\frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} a}$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\rho_- = 0$. (б) $\rho_s(r=a) = j \frac{J_0}{\omega} \cos \theta$, $\rho_s(r=b) = -j \frac{J_0}{\omega} \cos \theta$, $\rho_s(z=0) = j \frac{J_0}{\omega}$.

(в) $\mathbf{A} = \frac{\mu_0 J_0}{2} \mathbf{i}_z \left(\frac{e^{-j\beta b}}{\beta^2} (1 + j\beta b) - \frac{e^{-j\beta a}}{\beta^2} (1 + j\beta a) \right)$.

2. (a) $\mathbf{E}_{\text{rez}} = j2E_1 \sin\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right) \mathbf{i}_y$, $\mathbf{H}_{\text{rez}} = 2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_1 \cos\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right) \mathbf{i}_x$. (б) $e_{\text{ind}} = 328 \text{ mV}$.

Са предмета Електромагнетика