

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ)

26. август 2024.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

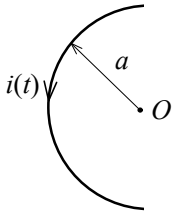
| ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат) | | | | | | | КОЛОКВИЈУМ | | | | |
|--|----|---------------|----|----|----|--------|------------|----|--------|--------------|-------|
| Индекс година/број | | Презиме и име | | | | | | | | | |
| / | | | | | | | ИСПИТ | | | | |
| ПИТАЊА | | | | | | ЗАДАЦИ | | | | | |
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | Укупно | 1. | 2. | Укупно | УКУПНО ПОЕНА | ОЦЕНА |
| | | | | | | | | | | | |

ПИТАЊА

1. (а) Написати Фарадејев закон електромагнетске индукције за споропроменљиво електромагнетско поље у диференцијалном облику. (б) Полазећи од израза добијеног под (а) и Стоксове теореме, извести Фарадејев закон у интегралном облику.

| | |
|-----|-----|
| (а) | (б) |
|-----|-----|

2. У делу контуре, облика полукружне нити полупречника a , постоји споропроменљива струја $i(t)$. Одредити израз за интензитет вектора индукованог електричног поља у центру полукруга (тачка O). Средина је вакуум.



| |
|--|
| |
|--|

3. (а) Написати потпун систем диференцијалних једначина у временском облику за брзопроменљиво електромагнетско поље. (б) Полазећи од једначина добијених под (а), извести једначину континуитета. Написати једначину континуитета за случај (в) површинских и (г) линијских струја.

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| (а) | (б) | (в) | (г) |
|-----|-----|-----|-----|

4. (а) Одредити реалну и имагинарну вредност комплексног представника вектора магнетског поља, датог изразом у временском домену $\mathbf{H}_0(t) = 4H \sin \omega t \mathbf{i}_x + H \cos \omega t \mathbf{i}_z$. Одредити (б) максималну и (в) ефективну вредност интензитета овог вектора.

| | | |
|-----|-----|-----|
| (а) | (б) | (в) |
|-----|-----|-----|

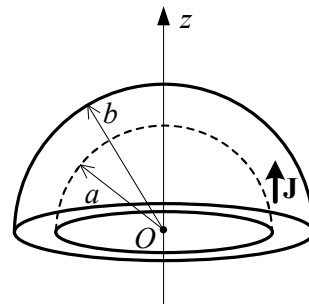
5. (a) Написати математички исказ Поинтингове теореме у комплексном домену. (б) Полазећи од израза под (а), проверити Поинтингову теорему за домен у облику сфере, полупречника a , која се налази у вакууму и на коју наилази раван, униформан, линијски поларизован, простопериодичан ТЕМ талас, чији интензитет електричног поља је E . Образложити одговор, нацртати слику и означити потребне величине.

| | |
|-----|-----|
| (a) | (б) |
|-----|-----|

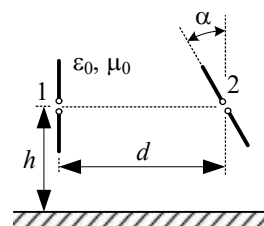
6. За електрички кратак неоптерећен монопол дужине h ($h \ll \lambda$) који је постављен вертикално, непосредно изнад бесконачне савршено проводне равни, (а) написати израз за карактеристичну функцију зрачења и (б) на основу израза добијеног под (а), одредити отпорност зрачења монопола.

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји брзопроменљива простопериодична струја, кружне учестаности ω , само по запремини полусферне љуске унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b , као на слици. Вектор густине запреминских струја дат је изразом $\mathbf{J} = \sqrt{2}J_0 \cos \omega t \mathbf{i}_z$, где је J_0 константа. Одредити у комплексном облику изразе за (а) расподелу запреминског наелектрисања љуске, (б) расподелу површинског наелектрисања љуске и (в) магнетски вектор-потенцијал у тачки O .



2. Два полуталасна дипола налазе се на међусобном растојању $d = 10\sqrt{3}$ m и на висини $h = 5$ m изнад савршено проводне равни. Диполи леже у равни цртежа, као на слици. Дипол 1 је постављен вертикално, а дипол 2 са вертикалом заклапа угао $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Средина је вакуум. Дипол 1 се напаја из генератора простопериодичне електромоторне силе учестаности $f = 500$ MHz, средњом снагом $P_0 = 1$ W. Израчунати (а) ефективну вредност индуковане електромоторне силе у диполу 2 и (б) средњу снагу која се предаје прилагођеном пријемнику прикљученом на дипол 2.



Напомена:

У сферном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ),
ОДРЖАНОГ 26. АВГУСТА 2024. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$. (б) $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$.

2. $|\mathbf{E}_{\text{ind}}(t)| = \frac{\mu_0}{2\pi} \left| \frac{di}{dt} \right|$.

3. (a) $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}$, $\text{div } \mathbf{D} = \rho$, $\text{div } \mathbf{B} = 0$. (б) $\text{div } \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$. (в) $\text{div}_s \mathbf{J}_s = -\frac{\partial \rho_s}{\partial t}$. (г) $\frac{\partial i(l)}{\partial t} = -\frac{\partial Q'}{\partial t}$.

4. (a) $\mathbf{H}_{0,\text{re}} = -2\sqrt{2}H \mathbf{i}_x$, $\mathbf{H}_{0,\text{im}} = \frac{1}{\sqrt{2}}H \mathbf{i}_z$. (б) $H_{0,\text{max}} = 4H$. (в) $H_{0,\text{eff}} = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}}H$.

5. (a) $-\int_V \mathbf{J}_i^* \cdot \mathbf{E} dv = \int_V \sigma |\mathbf{E}|^2 dv + j\omega \int_V (\mu |\mathbf{H}|^2 - \epsilon^* |\mathbf{E}|^2) dv + \underbrace{\oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{S}}_{\text{Размена електромагнетске енергије кроз } S}$. (б) $j\omega \int_V (\mu_0 |\mathbf{H}|^2 - \epsilon_0 |\mathbf{E}|^2) = \oint_S \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S} = 0$.

6. (a) $F(\theta) = \beta h \sin \theta$, где је $\beta = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$. (б) $R_x = \frac{Z_0}{3\pi} (\beta h)^2$, где је $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\rho = 0$. (б) $\rho_s(r=a) = j \frac{J_0}{\omega} \cos \theta$, $\rho_s(r=b) = -j \frac{J_0}{\omega} \cos \theta$, $\rho_s(z=0) = j \frac{J_0}{\omega}$.

(в) $\mathbf{A} = \frac{\mu_0 J_0}{2} \mathbf{i}_z \left(\frac{e^{-j\beta b}}{\beta^2} (1 + j\beta b) - \frac{e^{-j\beta a}}{\beta^2} (1 + j\beta a) \right)$.

2. (a) $e_{\text{ind2}} = 14,26 \text{ mV}$. (б) $P_{p2} = 0,696 \text{ } \mu\text{W}$.

Са предмета Електромагнетика