

# КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

30. новембар 2024.

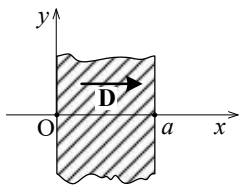
**Напомене.** Колоквијум траје 120 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овог папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ					Укупно поена	
Индекс година/број	Презиме и име					
/						
ПИТАЊА				ЗАДАЦИ		
1	2	3	4	1	2	

## ПИТАЊА

1. У бесконачној (дуж праваца  $y$ - осе и  $z$ -осе) плочи дебљине  $a$ , која се налази у вакууму, познат је вектор електричне индукције  $\mathbf{D} = D_0 \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \mathbf{i}_x$ , где је  $D_0$  константа. (а) Одредити расподелу слободног наелектрисања плоче. (б) Полазећи од уопштеног Гаусовог закона у интегралном облику, одредити вектор јачине електричног поља изван плоче, за  $x < 0$  и  $x > a$ .



(а)	(б)
-----	-----

2. У лопти од диелектрика, полупречника  $a$ , постоји заостала поларизација. Вектор поларизације има само радијалну компоненту, која је дата изразом  $P_r = P_0 r^2 / a^2$  у сферном координатном систему чији се центар поклапа са центром лопте. Лопта се налази у вакууму. Одредити израз за густину (а) површинског и (б) запреминског везаног наелектрисања.

(а)	(б)
-----	-----

3. (а) Написати потпун систем једначина за стационарно магнетско поље у вакууму, у диференцијалном облику. (б) Испитати да ли може постојати стационарно магнетско поље описано вектором магнетске индукције у Декартовом координатном систему,  $\mathbf{B} = B_0 a (x \mathbf{i}_y - y \mathbf{i}_x) / (x^2 + y^2)$ , где су  $B_0$  и  $a$ . Образложити одговор.

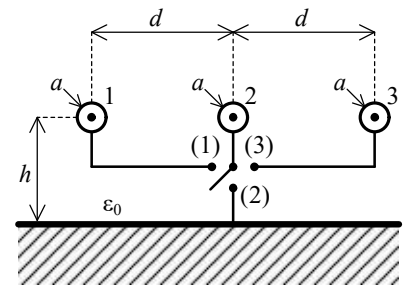
(а)	(б)
-----	-----

4. (а) Како се дефинише вектор магнетизације? Написати дефинициони израз, нацртати слику и објаснити. (б) Ако је у свим тачкама тела од феромагнетског материјала, запремине  $v$ , ограниченог затвореном површи  $S$ , познат вектор магнетизације  $\mathbf{M}$ , одредити израз за вектор магнетске индукције у произвољној тачки простора. Околна средина је вакуум, а у систему нема кондукционих струја.

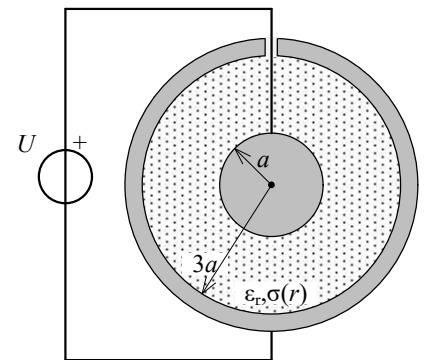
(а)	(б)
-----	-----

## ЗАДАЦИ

1. Три веома дугачка паралелна цилиндрична проводника, полупречника попречног пресека  $a$ , постављена су у ваздуху, на висини  $h$  изнад бесконачне проводне равни. Осе суседних проводника су на растојању  $d$ , као што је приказано на слици и важи  $h, d \gg a$ . Проводник 2 се помоћу преклопника П може галвански спојити са проводником 1 (положај (1)), проводном равни (положај (2)) и проводником 3 (положај (3)). У првом стационарном стању преклопник је у положају (1), проводник 1 је на потенцијалу  $V$ , а проводник 3 је ненаелектрисан. Затим се преклопник пребаци у положај (2) и успостави се друго стационарно стање. Коначно, преклопник се пребаци у положај (3) и успостави се треће стационарно стање. Одредити изразе за (а) коефицијенте потенцијала овог система проводника, (б) подужну густину наелектривања проводника 2 у другом стационарном стању  $Q_2^{(2)}$  и (в) подужну густину наелектривања проводника 3 у трећем стационарном стању  $Q_3^{(3)}$ . Тражене подужне густине наелектривања под (б) и (в) изразити у функцији потенцијала  $V$  и коефицијената потенцијала одређених под (а).



2. Сферни кондензатор, полупречника електрода  $a$  и  $3a$ , испуњен је несавршеним диелектриком, константне релативне пермитивности  $\epsilon_r$  и специфичне проводности  $\sigma(r) = \sigma_0(1 + 3a/r)$ , где је  $\sigma_0$  константа, а  $r$  растојање тачке у диелектрику од центра кондензатора. Кондензатор је прикључен на идеалан напонски генератор временски константног напона  $U$ , као што је приказано на слици. Одредити изразе за (а) проводност кондензатора и (б) запремиснку густину везаног наелектривања у диелектрику.



**Напомена:**

У сферном координатном систему је  $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$ .

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ  
ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ  
30. НОВЕМБРА 2024. ГОДИНЕ**

**ПИТАЊА**

1. (а)  $\rho(x) = -\frac{D_0\pi}{2a} \sin\left(\frac{\pi x}{2a}\right)$ ,  $\rho_s(x=0) = D_0$ ,  $\rho_s(x=a) = 0$ . (б) За  $x < 0$  и  $x > a$ ,  $\mathbf{E} = \mathbf{0}$ .

2. (а)  $\rho_{ps} = P_0$ . (б)  $\rho_p = -4P_0r/a^2$ ,  $0 \leq r \leq a$ .

3. (а)  $\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$ ,  $\text{div } \mathbf{B} = 0$ . (б) Може постојати такво магнетско поље.

4. (а) Вектор магнетизације се дефинише као запреминска густина магнетских момената елементарних струјних контура.

$$\mathbf{M} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{\Delta V} \mathbf{m}, \quad \mathbf{m} = I \cdot \mathbf{S}, \quad \text{где је } \mathbf{S} = S \cdot \mathbf{n} \text{ вектор у правцу нормале на површ контуре.}$$

(б)  $\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\text{rot } \mathbf{M} \times \mathbf{i}_R}{R^2} dV + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_S \frac{(\mathbf{M} \times \mathbf{n}) \times \mathbf{i}_R}{R^2} dS$ , где је  $\mathbf{i}_R$  орт вектор у правцу потега  $R$ .

**ЗАДАЦИ**

1. (а)  $a_{11} = a_{22} = a_{33} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{a}$ ,  $a_{12} = a_{21} = a_{23} = a_{32} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{d^2 + 4h^2}}{d}$ ,  $a_{13} = a_{31} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{d^2 + h^2}}{d}$ .

(б)  $Q_2^{(2)} = -\frac{a_{12}}{a_{11}} \frac{V}{a_{11} + a_{12}}$ . (в)  $Q_3^{(3)} = \frac{a_{12}^2 - a_{11}a_{13}}{2a_{11}(a_{11}^2 - a_{12}^2)} V$ .

2. (а)  $G = \frac{12\pi\sigma_0 a}{\ln 2}$ . (б)  $\rho_p = -\frac{9Ua^2(\epsilon_r - 1)\epsilon_0}{r^2(r + 3a)^2 \ln 2}$ .

Са предмета Електромагнетика