

КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

29. август 2025.

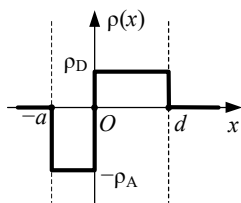
Напомене. Колоквијум траје 120 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овог папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ						Укупно поена
Индекс година/број		Презиме и име				
/						
ПИТАЊА				ЗАДАЦИ		
1	2	3	4	1	2	

ПИТАЊА

1. У бесконачној плочи (дуж праваца y и z -осе), дебљине $a + d$, која се налази у вакууму, позната је расподела слободних наелектрисања, као на слици. (а) Полазећи од Гаусовог закона, одредити вектор јачине електричног поља изван плоче. (б) Полазећи од потпуног система једначина за електростатичко поље и резултата добијеног под (а), одредити вектор јачине електричног поља унутар плоче. (в) Нацртати график зависности x -компоненте електричног поља од x -координате. Сматрати да су познате позитивне реалне константе ρ_A , ρ_D , a и d , као и да важи веза $\rho_A a = \rho_D d$.



(а)	(б)	(в)

2. (а) Написати потпун систем једначина у диференцијалном облику за стационарно струјно поље у линеарној изотропној средини пермитивности ϵ и специфичне проводности σ . (б) За дату средину одредити расподелу запреминског везаног наелектрисања, ако је познат вектор густине струје $\mathbf{J}$.

(а)	(б)

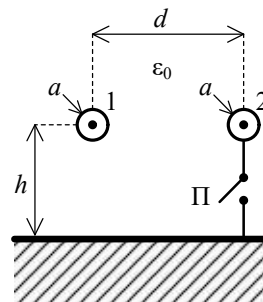
3. Услед дејства стационарних струја, у вакуумском домену постоји магнетско поље, описано вектором индукције у цилиндричном координатном систему, $\mathbf{B} = \mu_0 J_0 a e^{-r^2/a^2} \mathbf{i}_\phi$, где су J_0 и a познате константе. Одредити расподелу вектора густине струје у датом домену.

4. (а) Илустровати теорему ликова за магнетско поље на примеру равне кружне контуре у вакууму, кроз коју протиче стационарна струја јачине I , постављене хоризонтално изнад феромагнетске равни, на висини h . (б) Да ли је индуктивност контуре изнад феромагнетске равни већа или мања од индуктивности контуре истих димензија која је усамљена у вакууму. Образложити одговор.

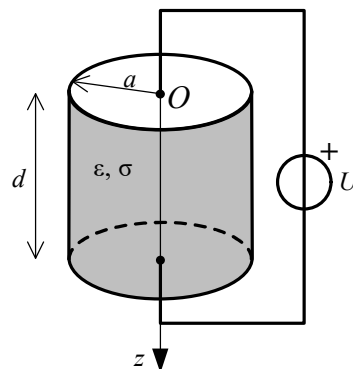
(а)	(б)

ЗАДАЦИ

1. Два веома дугачка паралелна цилиндрична проводника постављена су, у ваздуху, на висини $h = 220 \text{ mm}$ изнад бесконачне проводне равни. Полупречници попречног пресека проводника су $a = 5 \text{ mm}$, а њихово међусобно растојање је $d = 275 \text{ mm}$. Прекидач П је отворен, као на слици. Затварање прекидача (чиме се проводник 2 галвански спаја са проводном равни) узрокује прираштај потенцијала проводника 1 $\Delta V_1 = -0,81 \text{ V}$. Израчунати (а) коефицијенте потенцијала овога система, и (б) потенцијал проводника 2 у стационарном стању пре затварања прекидача.



2. Плочасти кондензатор веома танких кружних електрода полупречника a , испуњен је нехомогеним, несавршеним диелектриком дебљине d , пермитивности $\varepsilon(z) = \varepsilon_0(1 + z^2/d^2)$ и специфичне проводности $\sigma(z) = \sigma_0/(1 + z^2/d^2)$, где је σ_0 константа и $0 \leq z \leq d$. Кондензатор је прикључен на идеалан генератор временски константног напона U . Занемарујући ивичне ефекте, одредити (а) расподелу струје у диелектрику кондензатора, (б) проводност кондензатора и (в) расподелу везаног наелектрисања кондензатора.



Напомена:

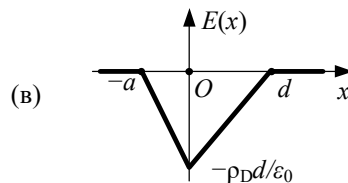
У цилиндричном координатном систему је

$$\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad \text{и} \quad \text{rot } \mathbf{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \mathbf{i}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \mathbf{i}_\phi + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi) - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right) \mathbf{i}_z.$$

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ 29. АВГУСТА 2025. ГОДИНЕ

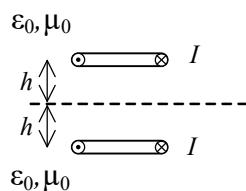
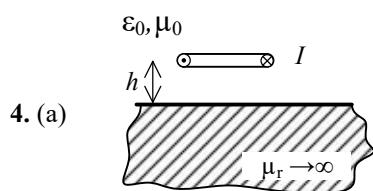
ПИТАЊА

1. (a) $\mathbf{E} = \mathbf{0}$, $x < -a \vee x > d$. (б) $\mathbf{E} = \begin{cases} -\frac{\rho_A}{\epsilon_0}(x+a)\mathbf{i}_x, & x \in [-a, 0] \\ \frac{\rho_D}{\epsilon_0}(x-d)\mathbf{i}_x, & x \in [0, d] \end{cases}$.



2. (a) $\text{rot } \mathbf{E} = 0$, $\text{div } \mathbf{J} = 0$, $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$. (б) $\rho_p = -\mathbf{J} \cdot \text{grad} \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\sigma}$.

3. $\mathbf{J} = J_0 e^{-r^2/a^2} \left(\frac{a}{r} - \frac{2r}{a} \right) \mathbf{i}_z$.



(б) Индукција контуре у присуству феромагнетика је већа него у случају усамљене контуре у вакууму.

ЗАДАЦИ

1. (a) $a_{11} = a_{22} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{a} = 8,05 \cdot 10^{10} \frac{\text{m}}{\text{F}}$, $a_{12} = a_{21} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{d^2 + (2h)^2}}{d} = 1,14 \cdot 10^{10} \frac{\text{m}}{\text{F}}$.

(б) $V_2 = -\frac{a_{11}}{a_{12}} \Delta V_1 = 5,7 \text{ V}$.

2. (a) $\mathbf{J} = \frac{3\sigma_0 U}{4d} \mathbf{i}_z$. (б) $G = \frac{3a^2 \pi \sigma_0}{4d}$. (в) $\rho_p = -\frac{3U\epsilon_0}{4d} \left(\frac{2z}{d^2} + \frac{4z^3}{d^4} \right)$, $\rho_{ps1}(z=0) = 0$ и $\rho_{ps2}(z=d) = \frac{3U\epsilon_0}{2d}$.

Са предмета Електромагнетика