

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

6. октобар 2025.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а сваки задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)										КОЛОКВИЈУМ		
Индекс година/број			Презиме и име									
/										ИСПИТ		
ПИТАЊА							ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА		ОЦЕНА
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно			

ПИТАЊА

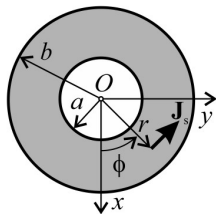
1. У вакууму се налази веома дугачак соленоидни намотај са равномерно и густо мотаним завојцима подужне густине N' . У намотају постоји споропроменљива простопериодична струја ефективне вредности I и учестаности f . (а) Занемарујући ефекат крајева и апроксимирајући намотај мноштвом приљубљених кружних завојака, израчунати магнетски вектор-потенцијал, $\mathbf{A}$, на оси соленоида. (б) Написати везу између вектора магнетске индукције, $\mathbf{B}$, и вектора $\mathbf{A}$ у споропроменљивом пољу. (в) Да ли се на основу ове везе и познатог вектора $\mathbf{A}$, на оси соленоида, може одредити вектор $\mathbf{B}$ на оси соленоида? Образложити одговор.

(а)	(б)	(в)

2. У свакој тачки простора познат је вектор јачине квазистационарног електричног поља $\mathbf{E}$, услед запреминских струја и наелектрисања у домену v . Густина струја је $\mathbf{J}$, а средина је вакуум. Одредити израз за разлику електричних скалар-потенцијала две произвољне тачке простора.

3. Написати потпуни систем Максвелових једначина (у диференцијалном облику) за брзопроменљиво електромагнетско поље у произвољној средини у чијој је свакој тачки познат вектор густине побудних струја $\mathbf{J}_i$.

4. У вакууму постоји брзопроменљива струја само по површи кружног прстена, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b , као на слици. Вектор густине површинске струје, у цилиндричном координатном систему, дат је изразом $\mathbf{J}_s(r, \phi, t) = \sqrt{2}J_{s0} (r/a)^2 (\sin \phi)^2 \cos(\omega t) \mathbf{i}_\phi$, где су J_{s0} и ω константе и $a \leq r \leq b$, $0 \leq \phi \leq 2\pi$. Одредити, у комплексном облику, израз за расподелу наелектрисања кружног прстена.



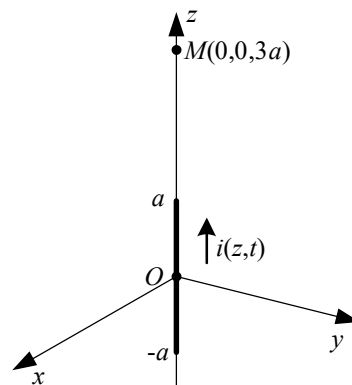
5. Комплексни представник вектора јачине електричног поља простопериодичног ТЕМ таласа у посматраној тачки је $\underline{E} = (j\sqrt{2}\mathbf{i}_x + \sqrt{5}\mathbf{i}_y + j\mathbf{i}_z)$ V/m. Израчунати (а) максималну и (б) минималну вредност интензитета овог вектора. (в) Како је поларизован овај вектор? Образложити одговор.

(а)	(б)	(в)

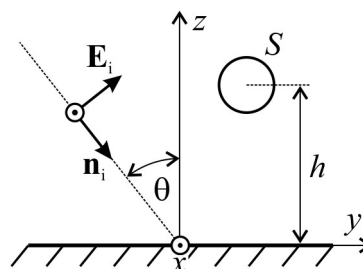
6. Раван униформан простопериодичан ТЕМ талас, учестаности f , простире се у линеарном хомогеном материјалу специфичне проводности σ , пермеабилности μ_0 и пермитивности ε . Полазећи од израза за комплексни коефицијент простирања, извести изразе за коефицијент слабљења и фазни коефицијент у случају када је материјал добар проводник.

ЗАДАЦИ

1. У вакууму постоји брзопроменљива простопериодична струја, кружне учестаности ω , дуж нити дужине $2a$, приказане на слици. Временска зависност струје у односу на референтни смер на слици је $i(z,t) = \sqrt{2}I_0 \frac{z}{a} \cos(\omega t - \beta z)$, $-a \leq z \leq a$, I_0 је константа и $\beta = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$. Одредити у комплексном облику изразе за (а) расподелу подужног и тачкастог наелектрисања нити, (б) вектор јачине индукованог електричног поља у тачки $M(0,0,3a)$ и (в) вектор магнетске индукције у тачки $M(0,0,3a)$.



2. Инцидентни простопериодичан униформан линијски поларизован ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља E и учестаности f , простире се у вакууму у правцу и смеру орта $\mathbf{n}_i$ и наилази на бесконачну савршено проводну раван, под углом θ у односу на нормалу на раван. У вакууму је постављена електрички мала контура површине S , тако да јој је центар на висини h изнад равни. Вектор јачине електричног поља $\mathbf{E}_i$, вектор $\mathbf{n}_i$ и површ контуре леже у yz -равни, а проводна раван у xy -равни Декартовог координатног система, као на слици. (а) Одредити, у координатном систему са слике, комплексне векторе резултантног електричног и магнетског поља изнад равни. (Произвољно усвојити почетну фазу поља.) (б) Одредити израз за ефективну вредност електромоторне силе индуковане у контури и (в) висину h тако да та ефективна вредност буде максимална..



Напомена: у цилиндричном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ 6. ОКТОБРА 2025. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. (а) $\mathbf{A} = 0$. (б) $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$. (в) На основу ове везе и познатог израза за вектора $\mathbf{A}$ на оси соленоида, вектор $\mathbf{B}$ на оси соленоида се не може одредити. Да би се на оси соленоида одредио вектор $\mathbf{B}$, потребно је познавати вектор $\mathbf{A}$ и у *околини* осе соленоида.

$$2. \cdot V_M - V_N = \int_M^N \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_M^N \int_V \frac{(\partial \mathbf{J} / \partial t) \cdot d\mathbf{v}}{R} d\mathbf{l}.$$

$$3. \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}_i + \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \text{div } \mathbf{D} = \rho, \text{div } \mathbf{B} = 0, \mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{E}), \mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{H}), \mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E}).$$

$$4. \rho_s = j \frac{J_{s0}}{\omega a^2} r \sin 2\phi.$$

5. (а) $E_{\max} = \sqrt{10} \text{ V/m}$ и (б) $E_{\max} = \sqrt{6} \text{ V/m}$. (в) Вектор је елиптички поларизован, јер је $E_{\max} > E_{\min} > 0$.

$$6. \alpha = \beta = \sqrt{\pi \mu_0 \sigma f}.$$

ЗАДАЦИ

$$1. (а) \underline{Q}' = \frac{jI_0}{\omega a} (1 - j\beta z) e^{-j\beta z}, \underline{Q}(-a) = -\frac{jI_0}{\omega} e^{j\beta a}, \underline{Q}(a) = -\frac{jI_0}{\omega} e^{-j\beta a}. (б) \underline{E}_{\text{ind}} = \frac{j\omega \mu_0}{4\pi} I_0 e^{-j3\beta a} (2 - 3\ln 2) \mathbf{i}_z. (в) \underline{B} = 0.$$

$$2. (а) \underline{E}_{\text{rez}} = j2E \cos \theta \sin(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_y + 2E \sin \theta \cos(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_z, \underline{H}_{\text{rez}} = 2 \frac{E}{Z_0} \cos(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_x, Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}},$$

$$\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}. (б) \epsilon = 2\beta E |\cos(\beta h \cos \theta)| S \text{ и (в) } h_k = k \frac{\pi}{\beta \cos \theta}, k = 1, 2, \dots$$

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 9. ОКТОБРА У 23.00 НА САЈТУ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКУ.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 10. ОКТОБРА ОД 14.30 ДО 15.00 У ЛАБОРАТОРИЈИ 63.

Са предмета Електромагнетика