

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

1. септембар 2026.

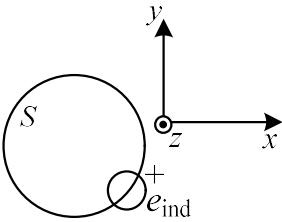
Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а сваки задатак по 20 поена.

Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)										КОЛОКВИЈУМ		
Индекс година/број			Презиме и име									
/										ИСПИТ		
ПИТАЊА							ЗАДАЦИ			УКУПНО ПОЕНА		ОЦЕНА
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно			

ПИТАЊА

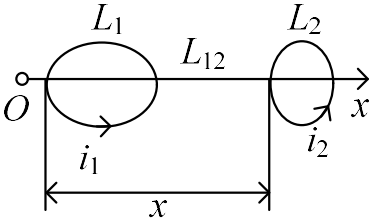
1. Мала кружна контура површине S лежи у Oxy -равни као што је приказано на слици. Контура се налази у магнетском пољу чији је магнетски вектор-потенцијал дат изразом $A(t) = B_0 \cos(\omega t)(y\hat{i}_x - x\hat{i}_y)$, где су B_0 и ω познате константе. Одредити изразе за (а) вектор магнетске индукције у произвољној тачки у простору и (б) индуковану електромоторну силу у контури (у односу на референтни смер дат на слици).



(a)	(b)

2. Две танке жичане контуре постављене су дуж x -осе, као на слици. У контурама постоје споропроменљиве струје i_1 и i_2 .

Сопствене индуктивности контура су L_1 и L_2 , а међусобна индуктивност дата је изразом $L_{12} = k \ln\left(\frac{x}{x+a}\right)$, $x > 0$, где је k позната константа. Прва контура је непокретна, док друга може да се помера. Одредити израз за вектор магнетске силе која делује на другу контуру, при њеном померању за растојање dx . Сматрати да се струје не мењају при померању контуре.

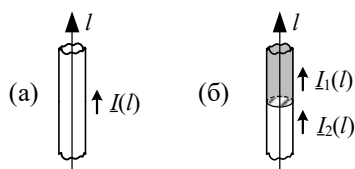


--

3. (а) Написати потпуни систем Максвелових једначина за брзопроменљиво електромагнетско поље у диференцијалном комплексном облику, за хомогени, линеарни, савршени, немагнетски диелектрик, пермитивности ϵ . (б) Полазећи од израза добијених под (а), извести таласну једначину у комплексном облику (Хелмхолцову једначину) за вектор јачине магнетског поља.

(a)	(b)

4. Написати у комплексном облику (а) једначину континуитета за случај веома дугачког танког проводника и (б) гранични услов за случај споја два танка права проводника, у којима су познате расподеле брзопроменљиве простопериодичне струје, као на слици.



(а)	(б)
-----	-----

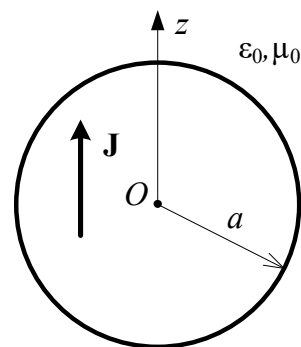
5. Комплексни представник вектора јачине електричног поља је $\underline{E} = (2\mathbf{i}_x - j3\mathbf{i}_x + 6\mathbf{i}_y - j9\mathbf{i}_y)$ V/m. Израчунати (а) тренутни вектор јачине електричног поља и (б) максималну вредност интензитета овог вектора. (в) Како је поларизован овај вектор? Образложити одговор.

(а)	(б)	(в)
-----	-----	-----

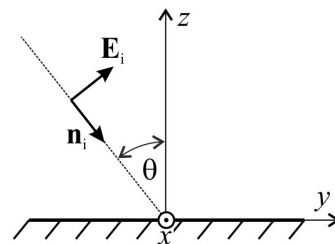
6. Раван униформан простопериодичан електромагнетски талас, кружне учестаности ω , простире се у вакууму у правцу одређеном јединичним вектором $\mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_z)$. Уколико је комплексни вектор јачине електричног поља у тачки А чије су координате (1 m, 0, 2 m) $\underline{E} = E_0 \mathbf{i}_y$, где је E_0 позната константа, одредити у комплексном домену изразе за (а) вектор јачине електричног поља у тачки В чије су координате (3 m, 1 m, 3 m) и (б) Поинтингов вектор у истој тачки.

ЗАДАЦИ

1. У вакууму, унутар сфере полупречника a постоје простопериодичне струје високе кружне учестаности ω и комплексне густине $\underline{J} = J \mathbf{i}_z$, где је J константа. Одредити комплексне изразе за: (а) расподелу запреминских и површинских наелектрисања сфере, (б) електрични скалар-потенцијал у центру сфере и (в) магнетски вектор-потенцијал у центру сфере.



2. Инцидентни простопериодичан униформан линијски поларизован ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља E и учестаности f , простире се у вакууму у правцу и смеру орта $\mathbf{n}_i$ и наилази на бесконачну савршено проводну раван, под углом θ у односу на нормалу на раван. Вектор јачине електричног поља $\mathbf{E}_i$ и вектор $\mathbf{n}_i$ паралелни су yz -равни, а проводна раван лежи у xy -равни Декартовог координатног система, као на слици. Одредити комплексне представнике: (а) вектора јачине резултантног електричног поља изнад проводне равни, (б) вектора јачине резултантног магнетског поља изнад проводне равни, (в) вектора густине површинских струја на проводној равни и (г) густине површинских наелектрисања на проводној равни.



Напомена:

У сферном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ),
ОДРЖАНОГ 1. СЕПТЕМБРА 2026. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

1. (a) $\mathbf{B}(t) = \text{rot } \mathbf{A}(t) = B_0 \cos \omega t (\mathbf{i}_y - \mathbf{i}_z)$. (б) $e_{\text{ind}}(t) = -B_0 S \omega \sin \omega t$.
2. $\mathbf{F}_m = \frac{dW_m}{dx} \mathbf{i}_x = \frac{dL_{12}}{dx} i_1 i_2 \mathbf{i}_x = \frac{k i_1 i_2 a}{x(x+a)} \mathbf{i}_x$.
3. (a) $\text{rot } \underline{\mathbf{E}} = -j\omega \mu_0 \underline{\mathbf{H}}$, $\text{rot } \underline{\mathbf{H}} = j\omega \epsilon \underline{\mathbf{E}}$, $\text{div } \underline{\mathbf{E}} = 0$, $\text{div } \underline{\mathbf{H}} = 0$. (б) $\Delta \underline{\mathbf{H}} + \omega^2 \epsilon \mu_0 \underline{\mathbf{H}} = 0$.
4. (a) $\frac{dI}{dt} = -j\omega Q'$. (б) $\underline{L}_1 - \underline{L}_2 = -j\omega Q$, на месту споја.
5. (a) $\mathbf{E}(t) = \sqrt{2}(3 \sin(\omega t) + 2 \cos(\omega t))(\mathbf{i}_x + 3\mathbf{i}_y)$ V/m. (б) $E_{\text{max}} = 2\sqrt{65}$ V/m. (в) Вектор је линијски поларизован.
6. (a) $\underline{\mathbf{E}}(B) = E_0 e^{-j\beta \frac{3\sqrt{2}}{2} m} \mathbf{i}_y$, (б) $\underline{\mathbf{P}}(B) = \frac{\sqrt{2} E_0^2}{2Z_0} (\mathbf{i}_x + \mathbf{i}_z)$, где је $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ и $\beta = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$.

ЗАДАЦИ

1. (a) $\underline{\rho} = 0$, $\underline{\rho}_s = -\frac{j}{\omega} J \cos \theta$ (б) $\underline{V} = 0$, (в) $\underline{\mathbf{A}} = \frac{\mu_0}{\beta^2} J ((1 + j\beta a) e^{-j\beta a} - 1) \mathbf{i}_z$, где је $\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$.
2. (a) $\underline{\mathbf{E}}_{\text{rez}} = 2E (j \cos \theta \sin(\beta z \cos \theta) \mathbf{i}_y + \sin \theta \cos(\beta z \cos \theta) \mathbf{i}_z) e^{-j\beta y \sin \theta}$, (б) $\underline{\mathbf{H}}_{\text{rez}} = 2 \frac{E}{Z_0} \cos(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_x$,
(в) $\underline{\mathbf{J}}_s = 2 \frac{E}{Z_0} e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_y$, (г) $\underline{\rho}_s = 2\epsilon_0 E \sin \theta e^{-j\beta y \sin \theta}$, где су $\beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ и $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$.

Са предмета Електромагнетика