

ИСПИТ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ, ОФ, ОЕ, ОС, ИР)

1. септембар 2026.

Напомене. Испит траје 180 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком са плавим или црним мастилом. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а сваки задатак по 20 поена.

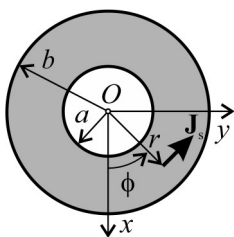
Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ (попуњава кандидат)										КОЛОКВИЈУМ	
Индекс година/број			Презиме и име								
/										ИСПИТ	
ПИТАЊА							ЗАДАЦИ				
1.	2.	3.	4.	5.	6.	Укупно	1.	2.	Укупно		

ПИТАЊА

1. Написати математички исказ Поинтингове теореме у комплексном облику, за домен v ограничен површи S . Домен је испуњен линеарним хомогеним диелектриком, специфичне проводности σ , комплексне релативне пермитивности ϵ_r и комплексне релативне пермеабилности μ_r . У свакој тачки домена познати су комплексни вектори густине побудних струја, $\underline{J}_i$, јачине електричног поља, $\underline{E}$ и јачине магнетског поља, $\underline{H}$. Кружна учестаност је ω .

2. У вакууму постоји брзопроменљива струја само по површи кружног прстена, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b , као на слици. Вектор густине површинске струје, у цилиндричном координатном систему, дат је изразом $\underline{J}_s(r, \phi, t) = \sqrt{2} J_{s0} (r/b)^2 (\sin \phi)^2 \cos(\omega t) \mathbf{i}_\phi$, где су J_{s0} и ω константе и $0 \leq \phi \leq 2\pi$. Одредити, у комплексном облику, израз за расподелу наелектрисања прстена.



3. Раван униформан простопериодичан кружно поларизован ТЕМ талас, учестаности f , простире се у вакууму у смеру y -осе. Вектор јачине електричног поља овог таласа има ефективну вредност E_0 , десно је поларизован и у тренутку $t = 0$, у координатном почетку, лежи на z -оси. У Декартовом координатном систему написати израз за комплексни вектор јачине магнетског поља овог таласа.

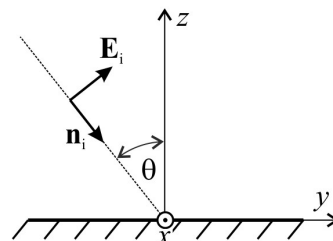
4. Полазећи од дефиниционог израза за средњу снагу која се простопериодичним ТЕМ таласом преноси коаксијалним водом, одредити максималну вредност те средње снаге која се може преносити коаксијалним водом полупречника проводника a и b ($a < b$), испуњеним савршеним немагнетским диелектриком, критичне вредности електричног поља E_{kr} и релативне пермитивности ϵ_r .

5. Коаксијални вод, унутрашњег полупречника $a = 0,265 \text{ mm}$ и спољашњег полупречника $b = 0,925 \text{ mm}$, испуњен је савршеним немагнетским диелектриком релативне пермитивности $\epsilon_r = 2,25$, а проводници су му пермеабилности μ_0 и специфичне проводности $\sigma = 57 \text{ MS/m}$. Израчунати колико пута опадне снага ТЕМ таласа, учестаности $f = 67 \text{ GHz}$, при простирању кроз део оваквог коаксијалног вода дужине $d = 1,5 \text{ m}$.

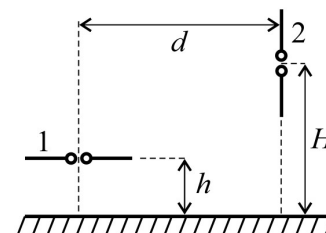
6. Примопредајни антенски систем чине две идентичне антене, појачања $G = 8 \text{ dBi}$, у слободном простору, оријентисане тако да је пренос снаге између њих максималан. Ако се предајна антена напаја из простопериодичног генератора учестаности $f = 24 \text{ GHz}$, снагом $P = 2 \text{ W}$, израчунати опсег у којем треба да буде растојање између антена, d , тако да снага коју пријемна антена предаје прилагођеном пријемнику, P_{pr} , не буде мања од $P_{min} = 250 \text{ pW}$.

ЗАДАЦИ

1. Инцидентни простопериодичан униформан линијски поларизован ТЕМ талас, ефективне вредности електричног поља E и учестаности f , простира се у вакууму у правцу и смеру орта $\mathbf{n}_i$ и наилази на бесконачну савршено проводну раван, под углом θ у односу на нормалу на раван. Вектор јачине електричног поља $\mathbf{E}_i$ и вектор $\mathbf{n}_i$ паралелни су yz -равни, а проводна раван лежи у xz -равни Декартовог координатног система, као на слици. Одредити комплексне представнике: (а) вектора јачине резултантног електричног поља изнад проводне равни, (б) вектора јачине резултантног магнетског поља изнад проводне равни, (в) вектора густине површинских струја на проводној равни и (г) густине површинских наелектрисања на проводној равни.



2. Предајни полуталасни дипол (1) постављен је хоризонтално, на висини h изнад савршено проводне равни. На хоризонталном растојању $d \gg h$ од предајног дипола и на висини $H \gg h$ изнад савршено проводне равни налази се вертикални полуталасни дипол (2), као на слици. Предајни дипол 1 се напаја простопериодичном струјом учестаности f и ефективне вредности I . (а) Одредити израз за ефективну вредност електричног поља на месту пријемног дипола 2. (б) Ако је $h = 12,5 \text{ cm}$, $H = 30 \text{ m}$, $d = 52 \text{ m}$, $f = 600 \text{ MHz}$ и $I = 0,8 \text{ A}$, израчунати снагу коју пријемни дипол предаје прилагођеном пријемнику. Сматрати да су антене без губитака. Околна средина је ваздух.



Напомена: у цилиндричном координатном систему је $\text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$.

**ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА
ИСПИТА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОТ, ОФ, ОЕ, ОС, ИР),
ОДРЖАНОГ 1. СЕПТЕМБРА 2026. ГОДИНЕ**

ПИТАЊА

$$1. -\int_V \underline{\mathbf{J}}^* \cdot \underline{\mathbf{E}} \, dv = \int_V \sigma |\underline{\mathbf{E}}|^2 \, dv + j\omega \int_V (\mu_0 \underline{\mu}_r |\underline{\mathbf{H}}|^2 - \epsilon_0 \underline{\epsilon}_r^* |\underline{\mathbf{E}}|^2) \, dv + \oint_S (\underline{\mathbf{E}} \times \underline{\mathbf{H}}^*) \cdot d\mathbf{S}$$

$$2. \underline{\rho}_s = j \frac{J_{s0}}{\omega b^2} r \sin 2\phi.$$

$$3. \underline{\mathbf{H}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0 (\mathbf{i}_x + j\mathbf{i}_z) e^{-j\beta y}, \quad \beta = 2\pi f \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}.$$

$$4. P_{\max} = \pi \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sqrt{\epsilon_r} a^2 E_{\text{kr}}^2 \ln \frac{b}{a}.$$

5. Снага опадне 4,853 пута (односно за 6,86 dB).

6. $d \leq 561,11 \text{ m}.$

ЗАДАЦИ

$$1. (a) \underline{\mathbf{E}}_{\text{rez}} = 2E (j \cos \theta \sin(\beta z \cos \theta) \mathbf{i}_y + \sin \theta \cos(\beta z \cos \theta) \mathbf{i}_z) e^{-j\beta y \sin \theta}, \quad (b) \underline{\mathbf{H}}_{\text{rez}} = 2 \frac{E}{Z_0} \cos(\beta z \cos \theta) e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_x,$$

$$(b) \underline{\mathbf{J}}_s = 2 \frac{E}{Z_0} e^{-j\beta y \sin \theta} \mathbf{i}_y, \quad (r) \underline{\rho}_s = 2\epsilon_0 E \sin \theta e^{-j\beta y \sin \theta}, \quad \text{где су } \beta = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \text{ и } Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}.$$

$$2. (a) E_2 \approx \frac{120 \Omega}{r} I \sin(2\pi f \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} h \sin \theta) \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta}, \quad \text{где је } r = \sqrt{d^2 + (H - h)^2} \text{ и } \theta = \arccos \frac{d}{r}. \quad (b) P_p \approx 12,78 \mu\text{W}.$$

Са предмета Електромагнетика