КОЛОКВИЈУМ ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ)

23. новембар 2026.

Напомене. Колоквијум траје 120 минута и ради се самостално. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка колоквијума. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овог папира и вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена.

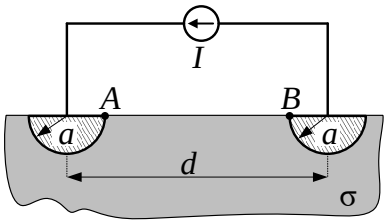
Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Исте податке написати и на омоту вежбанке.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		Укупно поена
Индекс година/број	Презиме и име	
/		

ПИТАЊА				ЗАДАЦИ	
1	2	3	4	1	2

ПИТАЊА

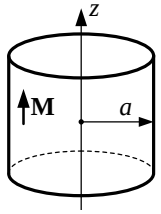
1. Два полусферна савршено проводна уземљивача полупречника a укопана су у хомогену земљу специфичне проводности σ. Растојање између центара уземљивача је d ($d >> a$). Уземљивачи су повезани са идеалним струјним генератором стационарне струје јачине I, као што је приказано на слици. Одредити израз за напон између уземљивача U_{AB}.



2. Дефинисана су три вектора у Декартовом координатном систему: (а) $\mathbf{B}_1 = \frac{B_0}{a}\left(x\mathbf{i}_x + y\mathbf{i}_y\right)$, (б) $\mathbf{B}_2 = \frac{B_0}{a}\left(y\mathbf{i}_x + x\mathbf{i}_y\right)$ и (в) $\mathbf{B}_3 = \frac{B_0}{a}\left(-y\mathbf{i}_x + x\mathbf{i}_y\right)$, где су $B_0 \neq 0$ и $a > 0$ константе. За сваки од ових вектора навести да ли може да представља израз за вектор магнетске индукције у стационарном магнетском пољу у вакууму **у делу простора у коме нема струја**. Образложити одговоре.

(а)	(б)	(в)

3. У цилиндру од феромагнетика полупречника a, чија се оса поклапа са z-осом, постоји заостала магнетизација. Вектор магнетизације дат је изразом $\mathbf{M} = M_0 r/a\,\mathbf{i}_z$, где је r растојање од осе цилиндра, а M_0 је позната константа. Одредити изразе за густину (а) запреминских и (б) површинских Амперових струја.

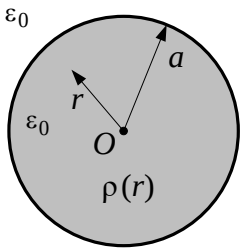


(а)	(б)

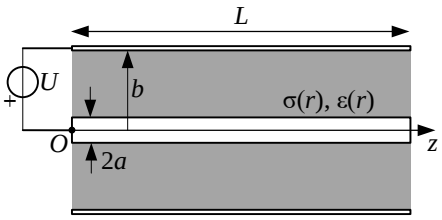
4. Написати потпуни систем Максвелових једначина у диференцијалном облику за споропроменљиво електромагнетско поље у произвољној средини у чијој је свакој тачки познат вектор густине побудних струја $\mathbf{J}_\mathrm{i}$.

ЗАДАЦИ

1. У лопти полупречника a, у ваздуху, расподељено је наелектрисање запреминске густине $\rho(r)=\rho_0\dfrac{r}{a}, 0\le r\le a$, где је r одстојање посматране тачке од средишта сфере, а ρ_0 је константа. (а) **Решавањем Поасонове једначине** одредити израз за електрични скалар-потенцијал $V(r)$ у произвољној тачки унутар лопте ($0\le r\le a$), уколико је познат потенцијал тачака на површи сфере V_0. (б) **Полазећи од израза за електрични скалар-потенцијал** одређеног у претходној тачки, одредити израз за вектор електричног поља $\mathbf{E}(r)$ у произвољној тачки унутар лопте ($0\le r\le a$).



2. На улаз правог коаксијалног вода дужине L, унутрашњег полупречника a и спољашњег полупречника b, прикључен је генератор временски константног напона U. Други крај кабла је отворен. Унутрашњост вода испуњена је линеарним диелектриком, пермитивности $\varepsilon(r)=\varepsilon_0(1+\dfrac{r}{a})$ и специфичне проводности $\sigma(r)=\sigma_0\dfrac{a^2}{r^2}$, где је σ_0 константа и r радијална координата у цилиндричном координатном систему ($a\le r\le b$). Занемарујући ивичне ефекте, одредити изразе за (а) подужну проводност вода и (б) густину запреминског слободног наелектрисања у диелектрику вода.



Напомене:

У цилиндричном координатном систему је $\operatorname{div}\mathbf{A}=\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}(rA_r)+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial A_\phi}{\partial\phi}+\dfrac{\partial A_z}{\partial z}$.

У цилиндричном координатном систему је $\operatorname{rot}\mathbf{A}=\left(\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial A_z}{\partial\phi}-\dfrac{\partial A_\phi}{\partial z}\right)\mathbf{i}_r+\left(\dfrac{\partial A_r}{\partial z}-\dfrac{\partial A_z}{\partial r}\right)\mathbf{i}_\phi+\dfrac{1}{r}\left(\dfrac{\partial}{\partial r}(rA_\phi)-\dfrac{\partial A_r}{\partial\phi}\right)\mathbf{i}_z$.

У сферном координатном систему је $\operatorname{grad} f=\dfrac{\partial f}{\partial r}\mathbf{i}_r+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial f}{\partial\theta}\mathbf{i}_\theta+\dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial f}{\partial\phi}\mathbf{i}_\phi$.

У сферном координатном систему је $\operatorname{div}\mathbf{A}=\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r^2A_r\right)+\dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial}{\partial\theta}(A_\theta\sin\theta)+\dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial A_\phi}{\partial\phi}$.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА КОЛОКВИЈУМА ИЗ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИКЕ (ОГ), ОДРЖАНОГ 23. НОВЕМБРА 2026. ГОДИНЕ

ПИТАЊА

1. $U_{AB} = \dfrac{I}{\pi\sigma a}$.

2. (а) Не може јер је $\operatorname{div}\mathbf{B}_1 \neq 0$. (б) Може јер је $\operatorname{div}\mathbf{B}_2 = 0$ и $\operatorname{rot}\mathbf{B}_2 = 0$. (в) Не може јер је $\operatorname{rot}\mathbf{B}_3 \neq 0$.

3. (а) $\mathbf{J}_{\mathrm{A}} = -M_0 / a\,\mathbf{i}_\phi$. (б) $\mathbf{J}_{\mathrm{sA}} = M_0\mathbf{i}_\phi$.

4. $\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\dfrac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$, $\operatorname{rot}\mathbf{H} = \mathbf{J} + \mathbf{J}_{\mathrm{i}}$, $\operatorname{div}\mathbf{D} = \rho$, $\operatorname{div}\mathbf{B} = 0$, $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{E})$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{H})$, $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{E})$.

ЗАДАЦИ

1. (а) $V(r) = V_0 + \dfrac{\rho_0}{12\varepsilon_0 a}\left(a^3 - r^3\right), 0 \le r \le a$. (б) $\mathbf{E}(r) = \dfrac{\rho_0 r^2}{4\varepsilon_0 a}\mathbf{i}_r, 0 \le r \le a$.

2. (а) $G' = \dfrac{4\pi\sigma_0 a^2}{b^2 - a^2}$. (б) $\rho = \dfrac{2U\varepsilon_0}{b^2 - a^2}\left(2 + \dfrac{3r}{a}\right)$.

Са предмета Електромагнетика